PESQUISA E SALA DE AULA:
LEITURAS E ESCRITAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE CIÊNCIAS

HILDA HELENA SOVIERZOSKI
JOSÉ JOELSON PIMENTEL DE ALMEIDA
LUCIANO GOMES SOARES
MOZART EDSON LOPES GUIMARÃES
(Orgs.)

LEEMAT
LEITURA E ESCRITA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

eduepb

Volume 1

Editora indexada no SciELO desde 2012

Editora filiada a ABEU

EDITORA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
Rua Baraúnas, 351 - Bairro Universitário - Campina Grande-PB - CEP 58429-500
Fone: (83) 3315-3381 - http://eduepb.uepb.edu.br - email: eduepb@uepb.edu.br

Hilda Helena Sovierzoski
José Joelson Pimentel de Almeida
Luciano Gomes Soares
Mozart Edson Lopes Guimarães
(Organizadores)

PESQUISA E SALA DE AULA:
LEITURAS E ESCRITAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE CIÊNCIAS
(VOLUME 1)

eduepb
Campina Grande - PB | 2023

AVALIAÇÃO POR PARES (COMISSÃO AVALIADORA)

Depósito legal na Câmara Brasileira do Livro - CDL

P474 Pesquisa e sala de aula : leituras e escritas em educação matemática e ensino de ciências [recurso eletrônico] / organização, Hilda Helena Sovierzoski, José Joelson Pimentel de Almeida, Luciano Gomes Soares e Mozart Edson Lopes Guimarães. – Campina Grande : EDUEPB, 2023.
260 p. : il. ; 15 x 21 cm ; 4,2 MB. – (Pesquisa e sala de aula ; 1)

ISBN: 978-85-7879-828-4 (E-book)
ISBN: 978-85-7879-831-4 (Impresso)

1. Ensino de exatas. 2. Metodologia de ensino. 3. Educação – ciências. I. Título.

21. ed. CDD 371.102 4

Ficha catalográfica elaborada por Ana Patrícia Silva Moura – CRB-15/945

Sumário

SEÇÃO III

SOBRE AVALIAÇÃO E VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM

APRESENTAÇÃO

Hilda Helena Sovierzoski
José Joelson Pimentel de Almeida
Luciano Gomes Soares
Mozart Edson Lopes Guimarães

Este é o **Volume 1** de uma coleção que se inaugura com o objetivo de discutir e apresentar reflexões sobre pesquisas e sala de aula no que diz respeito a temáticas envolvendo leitura e escrita no Ensino de Ciências e Educação Matemática.

A ideia inicial constitui-se de textos originados nos projetos de pesquisas já defendidos em Programas de Pós-Graduação e submetidos à leitura por pares, tanto os orientadores quanto os mestres autores dos vários capítulos do livro. E assim foi feito.

A partir dos textos originais, construiu-se uma rede de colaboração entre grupos de pesquisas, envolvendo todos os autores dos textos, de tal maneira que cada capítulo passou pela leitura crítica de praticamente todos os demais autores, havendo sugestões de alterações que foram de revisões gramaticais até de referencial teórico, contribuindo para uma versão final com nova composição textual.

Dessa forma, apresentamos aos pesquisadores, professores e demais interessados em temas relacionados às áreas de Ensino e de Educação um livro integralizado a partir de pesquisas validadas nos respectivos Programas de Pós-Graduação e avaliada por pares, a partir da leitura crítica dos vários capítulos.

Trata-se de um livro, em dois volumes, cujos textos têm origem em pesquisas em nível de mestrado, profissional ou acadêmico, em sua maioria constituídas a partir dos produtos ou processos educacionais a elas relacionados. Oriundos de várias instituições – Universidade do Estado do Pará (UEPA), Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Universidade Federal de Alagoas (UFAL) e Universidade Estadual Paulista (UNESP-Bauru) – e de diversos grupos de pesquisa, esta obra se constitui em uma produção que reflete essa multiplicidade de olhares, em uma construção envolvendo uma rede de grupos de pesquisas em âmbito nacional.

Os temas, a partir de referenciais de pesquisas, estão divididos em cinco seções que compõem os dois volumes. Na primeira, ***Sobre geometrias e seu ensino***, encontram-se capítulos voltados ao ensino de geometria nos anos iniciais, no Ensino Médio, uso de peças magnéticas para o ensino de poliedros regulares, uso de HQ para o desenvolvimento do pensamento geométrico e práticas a partir de laboratório de ensino de matemática.

A segunda seção, ***Sobre álgebra e seu ensino***, é composta por quatro capítulos, que versam desde metodologias baseadas na utilização da história da Matemática até crenças de autoeficácia no ensino, passando por aulas investigativas e atividades experimentais.

Na terceira seção, ***Sobre avaliação e verificação da aprendizagem***, encontram-se dois capítulos, um envolvendo o uso do *Kahoot* no ensino de Biologia, outro que traz uma conexão entre jogos e avaliação da aprendizagem em Matemática.

A quarta seção, que inicia o **segundo volume**, apresenta temas ***Sobre leitura, escrita e produção de significados***. Seus capítulos são compostos por discussões que compreendem o ensino de Biologia, especificamente sobre o ecossistema manguezal, o uso de gêneros do discursos em aulas de Matemática, semiótica e imagens virtuais, registros de representações semióticas e exploração semiótico-discursiva em contextos adversos.

A quinta e última seção, ***Sobre formação de professores***, está constituída por seis capítulos referentes à Educação Biológica, Educação Matemática e Educação Química, abordando desde a formação inicial e continuada de professores, até o uso de tecnologias digitais de informação e comunicação, passando por uma discussão acerca da matofobia (aversão à Matemática) e uso do soroban para atividades com alunos com deficiência visual.

A experiência vivenciada pelos autores de diferentes pesquisas quanto à leitura crítica do trabalho de colegas de outros grupos de pesquisa, versando sobre outros assuntos, mostrou que há muito mais aproveitamento e aprofundamento de conteúdos. Quando ocorre o direcionamento de assuntos afins, fica mais claro o que se necessita ser compreendido quanto às dimensões do ensino e da aprendizagem.

A participação de autores com temas diversos amplia a diversidade de assuntos e de formas de avaliar o trabalho, enfatizando a multiplicidade de produtos e processos educacionais que os Programas de Pós-Graduação estão trazendo.

Buscou-se a melhor integração entre os autores, coautores e os assuntos abordados, com decisão de maioria para cada uma das atividades, desde a discussão dos parâmetros de cada um dos capítulos, normas a serem seguidas, revisão pelos pares, correções e ressubmissão dos trabalhos. Foi gerada uma parceria muito saudável entre os grupos de pesquisa e, principalmente, entre os autores e coautores, mostrando mais humanização no processo de publicação de dois volumes de um livro que muito pode colaborar com professores da Educação Básica e alunos de Programas de Pós-Graduação.

Deixamos os mais sinceros agradecimentos a todos que se propuseram a trabalhar em prol da publicação destes volumes e que muito auxiliaram os organizadores.

Ficamos à disposição para recebermos suas impressões e críticas, o que muito contribuirá para a formação de todos nós, leitores e escritores, do Ensino de Ciências e Matemática. Neste sentido, também estaremos sempre atentos a sua proposta de texto, resultado de pesquisa em âmbito de mestrado ou doutorado, para compor um futuro volume da coleção.

SEÇÃO I
SOBRE GEOMETRIAS E SEU ENSINO

ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS: DO ESPAÇO AO PLANO, DO PLANO AO PONTO

André Ferreira de Lima

1 Apresentação

A relevância e necessidade do conhecimento matemático para todos os estudantes da Educação Básica são notórias desde muito tempo, e, no que diz respeito a isso, diversos documentos curriculares nacionais dialogam sobre essa temática há quase três décadas. A importância está em função da aplicação de ideias matemáticas na sociedade atual, bem como, o poder de desempenhar uma formação crítica e atuante do cidadão, possibilitando-o discernimento de suas responsabilidades sociais, exercendo e cobrando seus direitos, bem como, cumprindo seus deveres (BRASIL, 2017).

Apesar da aplicabilidade do conhecimento matemático em quase todas as situações do cotidiano, na escola, por muito tempo, e provavelmente ainda nos dias atuais, a disciplina de Matemática é vista como de difícil compreensão pela maioria dos estudantes, chegando ao ponto de ser fator decisivo para prosseguimento ou não na carreira escolar. Isso ocorreu por um período longo, talvez esse cenário ainda persista nos dias atuais, embora seja em menor intensidade, conforme Almeida (2016).

Um ensino de Matemática significativo para os estudantes deve estar ancorado em uma dinâmica na qual eles tenham possibilidades de relacionar observações empíricas do mundo a representações, tais como tabelas, figuras e esquemas. Esse trabalho ganha sentido quando os discentes associam as diversas formas de expressar o conhecimento matemático a conceitos ou propriedades (BRASIL, 2017). Possivelmente, esse ensino significativo já é desenvolvido em uma escala bem maior se comparado com décadas passadas, isso se deve a alguns fatores, entre os quais, uma diversidade de fontes e rapidez para acessá-las.

O trabalho desenvolvido para o ensino de Matemática deve se estender à geometria. Sabemos que as primeiras ideias geométricas surgiram de necessidades práticas, tornando assim, uma ciência empírica que teve sua história caminhando lado a lado com a história da humanidade. O pensamento geométrico teve origem desde os tempos pré-históricos, período em que a utilização de instrumentos, técnicas e formas de sobrevivência tiveram destaque por parte do homem dessa época (LIMA, 2015).

Uma quantidade expressiva de autores de livros, pesquisas, teses, dissertações, periódicos e documentos curriculares corroboram a ideia de que os primórdios do conhecimento geométrico, provavelmente, ocorreram em um período sem data definida e se desenvolveram devido a necessidades humanas (PAVANELO, 1989; GERDES, 1992; RADAELI, 2010; EVES, 2004).

A presença da geometria no cotidiano, de maneira geral, se destacou consideravelmente, desde o período pré-histórico até os dias atuais. Seu estudo na Educação Básica está em função dessa relevância, daí surgem diversas discussões sobre a importância de sua inserção do ensino de geometria no currículo escolar, bem como a aquisição dos conceitos geométricos por parte da criança (BRASIL, 1997; LIMA; CARVALHO, 2010; GÁLVEZ, 2001; SANTALÓ, 2001).

O trabalho que propomos neste texto tem origem em um estudo realizado em nossa pesquisa de mestrado (LIMA, 2015), cuja temática principal foi o ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Desenvolvemos um conjunto de oito atividades, previamente planejadas para uma turma de 5º ano de uma escola pública da cidade de Monteiro-PB. As atividades envolviam o bloco de conteúdos *Espaço e forma* dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997). A intenção foi proporcionar uma investigação acerca de como ocorre a transição entre as geometrias espacial e plana, e vice-versa.

Neste capítulo pretendemos discutir acerca de como os alunos do 5ª ano do Ensino Fundamental demonstraram conhecimentos sobre sólidos geométricos, bem como a transição entre as geometrias espacial e plana, durante nossa primeira intervenção, denominada *Percepção tátil*. Cada momento presencial com a turma, durante a pesquisa de campo, recebeu denominação específica, sendo *Percepção tátil* o que detalhamos mais adiante, na Seção 4, *Encaminhamentos Metodológicos*. Assim, apresentamos os procedimentos percorridos desde o planejamento, aplicação em sala de aula e reflexões das análises desse encontro.

2 **Ensino de Geometria:** considerações preliminares

A geometria plana no Brasil, por muitas décadas, foi praticamente personagem principal do ensino, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Priorizavam-se as noções de ponto, reta e plano; era comum também o reconhecimento de figuras geométricas planas; os exercícios propostos exigiam, na maioria das vezes, classificações de polígonos, cálculo de perímetro e o ato de hachurar polígonos. Além disso, foi um ensino, e talvez ainda seja, predominantemente, voltado para aplicação de fórmulas expressas nos livros didáticos ou até mesmo apresentadas pelos professores (FAINGUELERNT, 1995; BRASIL, 1997; NACARATO, 2007; LIMA; ALMEIDA, 2015; COSTA, 2019).

O debate sobre a valorização de conteúdos da geometria plana ainda é bastante presente, tanto em documentos curriculares quanto em produções acadêmicas. Em síntese, recomenda-se que esse ensino não seja reducionista, nem enaltecedor de:

> Fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras (BRASIL, 2017, p. 272).

Por outro lado, o modo como o ensino de geometria foi trabalhado em sala de aula durante décadas pode ser explicado através de diversas razões, uma delas refere-se à formação inicial recebida pelos professores, deixando-os, desconfortáveis (COSTA, 2019) em ministrar aulas de geometria, muitas vezes, preterindo os capítulos que tratam desses conteúdos, gerando uma omissão desse ensino (LORENZATO, 1995).

Em outros casos, as ideias da geometria eram propostas equivocadamente, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Esse cenário não contribui para que os discentes sejam sujeitos ativos e motivados a pensar geometricamente (COSTA, 2019). A ausência desse ensino na escola básica é consequência de uma formação em que:

> Os futuros professores têm lacunas de conceitos de geometria escolar. Alguns não conhecem, sequer, os conteúdos básicos. Os conteúdos que declaram conhecer melhor são os relacionados com a geometria do plano. Trabalharam menos a geometria do espaço e mal conhecem os temas de isometrias. Estes últimos são esquecidos nas suas propostas didáticas (BARRANTES; BLANCO, 2004, p. 35).

De acordo com Lima (2015), logo após a implantação dos PCN, a maioria dos professores tentaram realizar um trabalho em conformidade com as orientações curriculares publicadas, inserindo os conteúdos de geometria em suas aulas. Essa postura adotada pelos educadores foi o início de "um fazer destituído de significação, em que os professores arriscavam desenvolver um ensino de geometria de forma intuitiva e experimental” (MARQUESIN, 2007, p. 49).

As consequências das tentativas de se ensinar geometria, certamente frustradas para muitos professores, originaram outros questionamentos: quais metodologias adequadas para o ensino desses conteúdos? Quais ideias geométricas cumpririam as exigências para alunos do nível de Ensino Fundamental? Para Fonseca et al (2011) ainda há dúvidas entre muitos professores sobre o que ensinar e quais habilidades de geometria nessa etapa da educação deveriam ser trabalhados. Ressaltamos que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) já explicita essas habilidades, mesmo assim, pesquisas recentes apontam dúvidas de professores com relação ao ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3 A Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: do espaço ao plano

O nosso desígnio na dissertação de mestrado, especificamente durante a pesquisa de campo, foi executar um percurso inverso ao que geralmente é proposto na maioria dos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Sobre isso, esclarecemos o seguinte:

> Primeiro, quando defendemos, nesse estudo, um percurso para o ensino de geometria, a ser trabalhado, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tivemos a intenção de privilegiar aspectos concernentes a uma geometria empírica, sensível e atrelada ao cotidiano dos estudantes para, em seguida, estudar conteúdos da geometria plana, explorando as potencialidades da espacial, ou seja, um estudo pautado do espaço ao plano (LIMA, 2015, p. 85).

É preciso ter cautela no quesito planejamento das atividades quando propomos uma metodologia de ensino que privilegie inicialmente o concreto para, em seguida, trabalhar noções abstratas. A respeito disso, Amarilha (2009) defende que essa propensão possibilita o desenvolvimento do raciocínio abstrato por parte da criança. Diante disso, a incumbência dos professores passa a ser organização das atividades matemáticas, considerando que os materiais utilizados desenvolvem a função de autoinstrução.

Portugal (2007, p. 20) reforça que habitamos em um mundo tridimensional, daí a importância de se iniciar um trabalho significativo com geometria já nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Uma das possibilidades de fazer essa ponte entre o cotidiano e os conteúdos de geometria é iniciar o estudo com os sólidos geométricos, pois os discentes têm a possibilidade de agrupar, classificar e identificar as figuras a eles associadas. Assim, inicialmente os estudantes reconhecem os sólidos por inteiro, depois, apontam as propriedades de cada um.

Diversos autores endossam que o trabalho com a geometria espacial nos anos iniciais do Ensino Fundamental pode trazer vantagens que contribui para a compreensão do mundo geometrizado em que vivemos (ROMANATTO; PASSOS, 2012; FONSECA, 2002; 2003; BRASIL, 1997; FONSECA et al, 2011).

Quando chegam às escolas, as crianças apresentam um conjunto de conhecimentos do cotidiano, inclusive um vocabulário geométrico empírico, aprendido com as pessoas do seu meio e em suas brincadeiras. São diversas as expressões corriqueiras que já compõem o repertório desses alunos iniciantes, envolvendo muitos objetos que estão ao seu alcance, a exemplo de uma ampla diversidade de embalagens, brinquedos, móveis, utensílios de casa, eletrodomésticos, entre outros. Lima e Almeida (2015) asseveram:

> Desde os primeiros dias de vida, as crianças estão rodeadas de objetos tridimensionais, que se apresentam de distintas formas: mamadeiras, berço, chocalhos, móbiles, entre outros. Já nos seis primeiros anos de vida, essas crianças vivenciam a geometria a partir

> de brincadeiras, sejam elas individuais ou em grupos de crianças de mesma faixa etária (LIMA; ALMEIDA, 2015, p. 114).

Esses objetos são constantemente manipulados pelas crianças em seus convívios familiares e sociais. De acordo com Fonseca et al (2011), o espaço perceptivo já é explorado por meio dos órgãos dos sentidos, cada vez mais, essa exploração vai se organizando, consequentemente, a criança vai iniciando um processo de modificação do espaço ao seu redor, isso de forma proposital, pois:

> Ela constrói um papagaio, um carrinho de rolimã, ela usa dobradura para construir um barco, um chapéu, um bicho. Esse conhecimento intuitivo deve ser explorado para que a criança melhore sua percepção espacial, visual e tátil, identificando as características geométricas desse espaço, apreendendo as relações espaciais entre objetos nesse espaço. O ensino de geometria deve contribuir para ampliar e sistematizar o conhecimento espontâneo que a criança tem do espaço em que vive (FONSECA et al, 2011, p. 47).

Não podemos considerar como equivocados esses conhecimentos geométricos empíricos das crianças, pois são noções intuitivas da geometria espacial (e também da geometria plana), os quais serão, aos poucos, sistematizados, de tal modo que os discentes possam compreender que a *caixa de sapato* é uma representação de um prisma e que, nesta representação, podemos identificar os elementos de um poliedro (vértices, faces e arestas).

Supondo que o trabalho do professor envolvendo conceitos geométricos nos anos iniciais esteja pautado em uma supervalorização da geometria plana, em detrimento de suas inter-relações com a geometria espacial, provavelmente, o percurso para uma melhor compreensão desses conhecimentos será árduo, diferentemente de optarmos por iniciar com a geometria empírica. Por isso, defendemos um caminho inverso para esse ensino, pois a "geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico – dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos" (FONSECA et al, 2011, p. 47).

Os conteúdos de geometria plana, propostos no bloco *Espaço e forma* dos PCN, e na unidade temática *Geometria* da BNCC, podem ser esmiuçados quando se propõe o estudo da geometria espacial. Um exemplo disso é a compreensão e quantificação do número de vértices, faces e arestas de poliedros. Nesse sentido, os discentes poderão compreender as noções de ponto, lados de um polígono e retas, respectivamente. Além disso, em um trabalho posterior, podemos incentivar a descoberta da *relação de Euler*, introduzindo paulatinamente conceitos de álgebra.

Um problema percebido, a princípio em teóricos presentes na revisão de literatura da dissertação, em seguida durante a pesquisa de campo (LIMA, 2015), foi a confusão que os discentes fizeram quando lhes foi pedido que classificassem os sólidos geométricos. Na maioria das vezes, denominaram de quadrado, a representação do *hexaedro*; de retângulo, a representação do *paralelepípedo*; de triângulo, a representação da *pirâmide*, entre outros erros. Essas dificuldades dos alunos também foram objetos de estudo de outros autores (VASCONCELOS, 2008; PAVANELLO, 2001).

Para Machado (2005), muitos acreditam que os discentes são *carentes de visão espacial*. O teórico denuncia o fato de se considerar natural denominar um objeto tridimensional levando em conta as representações planas dele, além disso, responsabiliza a escola por não proporcionar situações as quais os alunos possam transitar do objeto para a representação plana e vice-versa. Aqui vale uma observação nossa, para a qual caminhamos após a conclusão de nossa dissertação de mestrado, a partir dos projetos desenvolvidos no âmbito do Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-Pedagógico (LEEMAT): percebemos que, para além da transição entre as geometrias espacial e plana, uma precedendo a outra, há uma relação dialética entre ambas, como propõe Machado (2005).

De toda forma, é imprescindível haver uma diferenciação apontando as semelhanças e diferenças entre representações geométricas espaciais e planas, devendo esse trabalho ser iniciado desde os anos iniciais, a nosso ver, partindo da geometria espacial.

4 Encaminhamentos Metodológicos

Como dissemos, este capítulo trata de uma discussão a partir de nossa dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (LIMA, 2015), envolvendo um trabalho de campo com uma turma de alunos do 5ª ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Monteiro-PB. Propomos um conjunto de oito encontros/atividades, envolvendo, inicialmente, conteúdos de geometria espacial e, em seguida, de geometria plana.

Nesse recorte, pretendemos dialogar sobre como os alunos demonstraram conhecimentos acerca dos sólidos geométricos e o modo como estabelecem a transição entre as geometrias espacial e plana, durante nossa primeira intervenção denominada *Percepção tátil*. Lima e Almeida (2015) trazem reflexões acerca dos benefícios quando o trabalho se inicia através de uma geometria empírica para, em seguida, propor noções abstratas.

A pesquisa foi enquadrada como qualitativa, descritiva. Essa classificação se caracteriza como uma "abordagem interpretativa e naturalística do mundo. Isso significa que os pesquisadores qualitativos estudam coisas dentro dos seus contextos naturais, tentando entender, ou interpretar, os fenômenos em termos dos significados que as pessoas lhes atribuem" (DENZIN; LINCOLN, 2011, p.3). Conforme Creswell (2014), os pesquisadores qualitativos não investigam os indivíduos em laboratórios, pelo contrário, recolhem informações de perto, observando o comportamento das pessoas.

Na pesquisa qualitativa, os dados recolhidos apresentam-se na forma de palavras, imagens e. até mesmo. Em números, no entanto, com as suas devidas interpretações. "Os dados incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registros oficiais" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.48).

A pretensão com a atividade denominada *Percepção tátil* foi identificar diversas embalagens, inseridas no interior de algumas urnas, a partir da sensibilidade tátil. Os estudantes participantes da pesquisa não tiveram uma visualização prévia dos objetos representativos de sólidos geométricos.

5 Descrição da atividade

Confeccionamos seis urnas, identificadas como Urna A, Urna B, ..., Urna F, (Figura 1). Antes do encontro com os participantes da pesquisa, inserimos objetos apresentando formatos de prismas, pirâmides, cones, cilindros e cubos. Os objetos postos nas urnas foram os seguintes: funil, embalagem de aromatizador de ambiente, bola de isopor, lata de refrigerante, cubo mágico, caixas em diversos formatos, lata de leite, enfeites natalinos em forma de bolas, rolo de linha, caixa no formato de um tronco de pirâmide e pirâmide quadrangular produzida com sabão em pedra. As urnas eram fechadas e continham apenas um orifício por onde o aluno poderia manipular os objetos sem enxergá-los diretamente.

FIGURA 1 – Exemplo de uma urna confeccionada para a atividade *Percepção tátil*

Fonte: Lima (2015, p. 118).

Os alunos foram organizados em seis grupos (Grupo A, ..., Grupo G), com quatro integrantes em cada um. Cada equipe elegeu dois representantes para manipular os objetos a partir do tato e um relator para transcrever as características apresentados ao seu grupo.

No primeiro momento, os membros escolhidos, em cada grupo, foram um de cada vez, às urnas, colocaram suas mãos, manipularam alguns objetos (grupo A manipulava objetos da urna A) e escolheram apenas um para tentar, a partir do tato, verificar características de tal objeto.

Em seguida, esses alunos retornavam aos seus grupos e contavam as suas percepções, tentavam dizer quais objetos haviam tocado, quais eram as formas geométricas presentes, apresentando argumentos matemáticos, utilizando vocabulário geométrico, argumentando a partir de conhecimentos dessa natureza. Ou seja, na tentativa de convencer os colegas, e a si mesmo, de que sabiam quais eram os objetos manipulados, esses alunos, necessariamente, utilizavam saberes os mais diversos relacionados à geometria.

Durante essa manipulação, apresentamos dicas aos grupos para que pudessem transcrever as características nos cadernos de atividades, seguindo as instruções. Perguntávamos, por exemplo, se o objeto manipulado era pequeno ou grande, redondo ou comprido, se tinha pontas ou bicos, flexível ou rígido. É importante notar que, em momento algum, impomos um vocabulário ainda não conhecido pelos alunos. À medida que as atividades eram desenvolvidas, a partir do diálogo com esses alunos, é que esse léxico se aproximava cada vez mais daquele convencional da geometria. Esta proposta de aperfeiçoamento do vocabulário geométrico foi feita tal qual desenvolvemos ao longo dos projetos do LEEMAT, conforme já apresentamos anteriormente.

FIGURA 2 – Modelo de um caderno de atividades para o primeiro encontro

1)Após vocês terem manipulado o primeiro objeto utilizando o tato, conversem com seus colegas e registrem em forma de texto o que descobriram. Descrevam esse objeto, escrevendo todas as características descobertas por vocês.

Objeto 1

*2) Esse objeto 1 parece com que*________________________________

*3) Se esse objeto 1 fosse desmontado, ficaria mais parecido com qual dessas representações na lousa?*________________________________

Fonte: Lima (2015, p. 211)

Após as discussões ocorridas em cada equipe, pedimos que descrevessem as informações repassadas pelos discentes que manipularam os objetos, orientando que isso poderia ser apresentado por meio de textos verbais ou não verbais. Ou seja, os alunos deveriam apresentar o que entenderam por meio de um texto, propriamente, em um gênero qualquer que descrevesse esses objetos, ou por meio de desenhos.

6 Análises dos Dados

Foram analisados itens referentes aos conhecimentos geométricos inerentes aos sólidos geométricos, bem como a forma de transição entre as geometrias espacial e a plana.

Para análise dos dados, nos restringimos apenas a duas equipes (A e E), uma vez que os seis grupos participantes da pesquisa geraram um volume de informações muito grande. O leitor interessado em mais detalhes pode encontrá-los em Lima (2015) e em Lima e Almeida (2015).

Investigamos as anotações referentes aos objetos *um, dois* e *quatro* (Equipe A) e *um, três* e *quatro* (Equipe E). As representações em forma de desenhos são de objetos que estavam inseridos nas urnas e foram manipulados pelos discentes que relataram as características sentidas pelo tato nos cadernos de atividades, conforme Figura 3.

FIGURA 3 – Representações e descrições das embalagens, tocadas pelos alunos

Grupo A	Objeto/embalagem 1	Objeto/embalagem 2	Objeto/embalagem 4
Representações de embalagens tocadas e descrições feitas pelos discentes	 *Era um dado tenhar umas bolinhas.*	 *Parese com um casca d sorvete.*	 *Parese com um lata pequena e dura com listras preta.*

Fonte: Lima (2015, p. 146).

A análise dessas três representações deixa evidente a predominância de um vocabulário e percepções referentes à geometria plana nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Percebemos que o Grupo A registrou o *hexaedro* (objeto 1) utilizando apenas uma de suas faces, cujo formato é quadrangular. Uma possível explicação diz respeito ao fato da linearidade presente no ensino de geometria por muitas décadas, privilegiando noções primitivas, passando por ângulos, quadriláteros e polígonos (FAINGUELERNT, 1995; LIMA; ALMEIDA, 2015).

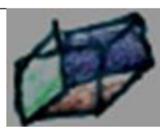
Durante as socializações entre os participantes de cada grupo, os alunos encarregados de tocarem nos objetos que estavam dentro das urnas foram interrogados por seus companheiros. Por exemplo, um dos relatores de um grupo questionou: "você tocou em algum triângulo?". As respostas eram afirmativas, "na realidade, a intenção desses questionamentos era saber se algumas das embalagens tateadas apresentavam suas faces triangulares, visto que, no interior das urnas havia objetos dessa natureza" (LIMA, 2015, p.148).

Essa constatação dos conhecimentos geométricos de alunos participantes da pesquisa está na contramão das recomendações postas pela maioria das pesquisas em ensino de geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental, pois "a criança constrói suas primeiras noções espaciais a partir do espaço vivido, da ação e por meio dos sentidos" (FUENTES, 2016, p. 9). Além disso, enfatizamos a importância da atividade proposta, uma vez que ela desenvolve o sentido do tato, conforme recomendação de Fuentes (2016).

Em relação ao Grupo E, a representação da primeira embalagem, que era uma caixa de sabão em pó, como pode ser visto na Figura 4, foi desenhada com a intenção de indicar certa profundidade, embora que pouco perceptível. Entretanto, no momento em que foi pedida a classificação, os alunos informaram que se tratava de um retângulo. Por outro lado, quando questionamos "como são esses lados?", alguns discentes informavam que se tratava de retângulos, daí concluímos uma possível dificuldade de compreender noções geométricas espaciais quando se inicia um trabalho ancorado na geometria plana.

Conforme discutimos em nosso referencial teórico, Machado (2005) alertou que é considerado natural os discentes denominarem objetos tridimensionais levando em conta o formato de suas faces, todavia, as escolas têm a incumbência de proporcionar atividades que possibilitem aos discentes essa migração da geometria espacial à geometria plana, e vice-versa.

FIGURA 4 – Representações e descrições das embalagens, tocadas pelos alunos

Grupo E	Objeto/embalagem 1	Objeto/embalagem 3	Objeto/embalagem 4
Representações de embalagens tocadas e descrições feitas pelos discentes	 *Sabão, cheiroso, retangulo, faz bolhas.*	 *Dado quadrado e pontudo tem numeros lados 6.*	 *Parese um casquinha de sorvete.*

Fonte: Lima (2015, p. 147).

Na urna disponível para o Grupo E havia uma embalagem de caixa de medicamento, como pode ser observado no objeto 3 da Figura 4. Na imagem acima, percebemos a intenção de representar as três dimensões desse sólido geométrico. Por outro lado, é notória certa dificuldade em produzir desenhos em perspectiva. No entanto, essa representação do objeto 3 está bem mais elaborada se comparamos com a representação da embalagem 1 do grupo A.

A dificuldade apresentada pelos discentes em relação à produção de desenhos em perspectiva em nossa pesquisa também foi objeto de estudo de outros autores, como Bonafe (1988), Amarilha (2009) e Pais (1996). Cabe informar a existência de outra dificuldade, conforme Bonafe (1988), que diz respeito à leitura desses desenhos em perspectiva, fato também comprovado em nossa primeira atividade.

Os conhecimentos geométricos, provenientes do cotidiano dos discentes que participaram da pesquisa, talvez tenham sido influenciados desde os primeiros anos da educação formal por uma geometria abstrata e desprovida de sentido. Possivelmente, as escolas por onde passaram esses estudantes tenham desenvolvido um trabalho excessivo da geometria plana, o que na realidade deveria ter sido explorado a partir dos conceitos que envolvem a geometria espacial, em suas relações com o cotidiano e outros conceitos provenientes das artes que fazem parte da sua realidade perceptiva.

7 Considerações Finais

Nossa pesquisa teve como objetivo refletir acerca de como os alunos do 5ª ano do Ensino Fundamental demonstraram conhecimentos acerca de sólidos geométricos, bem como a transição entre as geometrias espacial e plana, sendo o capítulo ora lido um recorte relativo a nossa primeira intervenção, denominada *Percepção tátil*.

Buscamos nos fundamentar em orientações curriculares direcionadas ao ensino de geometria, trabalhos em nível de mestrado e doutorado, alguns livros e periódicos renomados. Essas fontes apontam a relevância desse tema para a percepção do espaço físico.

Inúmeras razões justificam o ensino de geometria na educação básica, uma das principais se refere ao fato de que esse conhecimento possibilita desenvolver o raciocínio extremamente necessário à formação de cidadãos (OLIVEIRA, 2014). Para que esses conhecimentos produzam efeitos significativos em etapas posteriores, recomendamos iniciá-los nos anos iniciais, a partir da geometria espacial, pois as primeiras noções espaciais são construídas através dos sentidos e movimentos (BRASIL, 1997).

Os resultados dessa pesquisa, ancorados em um estudo mais detalhado, demonstram que o ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental ainda privilegia noções abstratas da geometria plana, refutando o caminho defendido por nós, isto é, viabilizar a transição do mundo tridimensional para o bidimensional, cujos objetos são apresentados de um modo um tanto quanto mais abstrato.

Essa foi apenas a reflexão de uma atividade entre um universo de oito ações. Ressaltamos a importância de evidenciar a necessidade de investir na realização de novas pesquisas que abordem essa temática, principalmente nos anos iniciais, pois, como foi visto, os discentes ainda confundem figuras espaciais com planas. Ressaltamos esse ponto, não excluindo a existência de outras problemáticas que também foram comprovadas nas outras atividades.

Lembramos que, adicionalmente à nossa pesquisa, percebemos que há uma relação muito estreita, embrionária, entre as geometrias espacial e plana. Isto traz algumas implicações: uma delas é que a aprendizagem ocorre em um vínculo permanente entre as duas; outra é que, de fato, é acertada a proposta de se partir da geometria espacial, uma vez que os seus objetos permitem uma manipulação relevante, além de uma construção paulatina de seu vocabulário a partir do que se tem no cotidiano, na escola, nas artes.

Enfim, acreditamos que estudos futuros em relação ao ensino de geometria deveriam ser realizados em cursos de formação continuada para professores que lecionam nos anos iniciais do Ensino

Fundamental, uma vez que, partindo desse pressuposto, uma grande quantidade de estudantes seriam beneficiados.

Referências

ALMEIDA, J. R. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico:** um modelo para os problemas de partilha de quantidade. 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

AMARILHA, Luziette Aparecida da Silva. **Saberes e fazeres docentes referentes ao ensino da formas geométricas nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental.** 2009. 156f. Dissertação (Mestrado em Educação) - UFMS, Campo Grande, 2009.

BONAFE, Franco. Quelques hypothèses et rèsultats sur l'enseignement de la géométrie de l'espace à partir de la représentation em perspective cavalière. **Bulletin de l'APMEP**, Paris, v. 1, n. 363, pp. 151-164, 1988.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997, 142 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Executiva. Secretaria de Educação Básica. Conselho Nacional de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, SEB, CNE, CONSED, UDIME, 2017. 472p.

BARRANTES, Manuel; BLANCO, Lorenjo J. Estudos das recordações, expectativas e concepções dos professores em formação sobre ensino-aprendizagem da geometria. **Educação Matemática em Revista,** Rio de Janeiro, v. 11, n. 17, p.29-39, dez. 2004.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação:** Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 1994. 337 p.

COSTA, André P. **A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico:** o caso dos quadriláteros. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, 2019, Recife.

CRESWELL, John W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa**: escolhendo entre cinco abordagens. Porto Alegre, RS: Penso, 2014.

DENZIN, Norman. K.; LINCOLN, Yvonna. S. (orgs.). **O planejamento da pesquisa qualitativa:** teorias e abordagens. Tradução Sandra Regina Netz. 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2011.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Campinas: Unicamp, 2004. 843p.

FAINGUELERNT, Estela K. O Ensino de Geometria no 1º e 2º Graus. **Educação Matemática em Revista,** Rio de Janeiro, v. 4, p.45-52, jan. 1995.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Educação matemática de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 103p.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin. **Escritas e leituras na educação matemática**. 1 ed.; 1 reimpr. – Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

FONSECA, Maria da Conceição et al. **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental:** Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 127 p.

FUENTES, Giselle F. A comunicação e a representação do espaço por crianças de 5 a 6 anos: Algumas considerações. IN: Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, São Paulo, X. **Anais...**, São Paulo: SBEM, jul. 2016.

GÁLVEZ, G. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In: PARRA, Cecília.; SAIZ, Irma. (Orgs.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. 2 reimp. Porto Alegre: Artmed, 2001. p 236-258

GERDES, Paulus. **Sobre o Despertar do Pensamento Geométrico.** Curitiba: Editora da UFPR, 1992.

LIMA, André F. **Do sensível às ideias:** um estudo de geometria a partir de atividades envolvendo espaço e forma. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

LIMA, André F.; ALMEIDA, José Joelson P. Do sensível às ideias: uma proposta de ensino de geometria, dos aspectos empíricos aos dedutivos. **Revista Principia** (**Divulgação científica e tecnológica do IFPB**), João Pessoa, n.28 – Edição Especial, p. 111-120, dez. 2015.

LIMA, Paulo Figueiredo.; CARVALHO, João Bosco Pitombeira. Geometria. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira (Org.). **Matemática**: Ensino Fundamental - Coleção Explorando o Ensino. 17ed. Brasília: Ministério da Educação, 2010, v. 17, p. 135-166.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista,** Rio de Janeiro, v. 1, n. 4, p.3-13, jan. 1995.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e Didática:** As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2005. 320 p

MARQUESIN, Denise Filomena Bagne. **Práticas compartilhadas e a produção de narrativas sobre aulas de Geometria**: o processo de desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. 2007. 243 f. Dissertação (mestrado). Universidade de São Francisco, Itatiba, 2007

NACARATO, Adair Mendes. O ensino de geometria nas séries iniciais. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais....** Belo Horizonte: Sbem, 2007. p. 1 - 18. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais. Acesso em 17 fev. 2015.

OLIVEIRA, Regina C. **Investigando o ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental:** uma análise da escolha dos professores. 2014. 103 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

PAIS, Luis Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké,** Campinas, v. 4, n. 6, p.65-74, 1996. Disponível em: http://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/2664. Acesso em: 17 fev. 2015.

PAVANELLO, Regina Maria Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 1., 2001, Curitiba. **Anais...** Curitiba, UFPR, 2001, p.172-183.

PORTUGAL. **Programa de Matemática para o Ensino Básico.** Disponível em: http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/ProgramaMatematica.pdf. Acesso em 20 Jun. 2015.

RADAELLI, Rosibel Kunz. **A investigação e ação docente no ensino de geometria em anos iniciais do ensino fundamental.** 2010. 131 f. Dissertação (Mestrado). Centro Universitário Univates, Lajedo, 2010.

ROMANATTO, Mauro Carlos; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **A Matemática na formação de professores dos anos iniciais:** um olhar para além da aritmética. v. 2. São Carlos: EdUFSCar, 2012.

SANTALÓ, Luis A. Matemática para não-matemáticos. In: In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. (Orgs.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. 2 reimp. Porto Alegre: Artmed, 2001. p 236-258

VASCONCELOS. A diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o ponto de vista dos professores. **Zetetiké,** Campinas, v. 16, n.30, p.77-106, jul. 2008. Disponível em: www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/download/2516/2275. Acesso em: 17 fev. 2015.

ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: DO CONCRETO AO MUNDO DAS IDEIAS

Gilberto Beserra da Silva Filho

1 Apresentação

Os conhecimentos da matemática têm sido de muita importância e aplicabilidade na sociedade, estão presentes em quase todas as situações desempenhadas pelo homem, além disso, são responsáveis pela formação cidadã e crítica dos estudantes da Educação Básica. Baseado na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), o grande desafio dessa etapa de educação é a carência de formar jovens, na perspectiva de torná-los sujeitos críticos, criativos, autônomos e responsáveis. Para tanto, cabe às escolas de Educação Básica oportunizar aos alunos experiências e processos que lhes garantam as aprendizagens necessárias, afiançando habilidades para leitura da realidade e o enfrentamento dos novos desafios da contemporaneidade.

Ao longo dos anos, como professor de Educação Básica, percebemos que a Matemática é considerada uma disciplina, que provoca um certo distanciamento por parte dos educandos, ocasionando, na maioria das vezes, a evasão escolar. Contudo, veio a inquietação e os questionamentos: Qual a importância da Matemática para o convívio social e para formação de cidadãos conscientes? Como a Matemática, especificamente a geometria, contribui para o crescimento cognitivo dos alunos? (SILVA FILHO, 2015).

Nesse contexto, é necessário investir em metodologias dinâmicas que possibilitem aos educandos observar os conhecimentos matemáticos no seu dia a dia com significados, numa perspectiva de transformar seus conhecimentos empíricos em conhecimentos científicos, preconizando assim as habilidades da BNCC (BRASIL, 2017). Acreditamos que essa metodologia vem, a cada ano, se modificando no sentido de contribuir de forma mais eficaz na aprendizagem dos alunos.

Na maioria das vezes, alguns conteúdos do currículo escolar de Matemática, considerados complexos por muitos professores que, por sua vez, acabam ministrando os temas mais simples. A geometria muitas vezes é pouco abordada no Ensino Fundamental. Pesquisas mostram que isso ocorre pelo fato de professores não terem recebido a formação adequada, portanto, não tem segurança quando a ministram. Conforme Soares (2009, p. 11) "esses professores preferem ensinar outros campos, como números e operações, e lecionar apenas algumas 'pinceladas' de geometria no final do ano letivo".

Diversos autores dialogam nessa mesma perspectiva (PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995; MIORIM, 2004; FONSECA et al, 2011), elencando que o abandono do ensino de geometria ocorreu até o ano de 2000, devido a vários fatores. Destacamos que esse contexto secundário dado ao ensino de geometria ocorreu em cursos de licenciatura e pedagogia, consequentemente, por falta de formação adequado dos professores, quase que esvaziou-se também da Educação Básica. Provocando sérios prejuízos no que diz respeito ao ensino de geometria, deixando de contribuir para uma visão crítica e reflexiva de mundo, assim como a percepção das figuras geométricas na natureza, nas artes e, principalmente, no cotidiano dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 2002), destacam o quanto é necessário que o educando tenha um olhar crítico e reflexivo sobre o valor da geometria em diversas situações diárias, ou seja, perceba seus traços e conceitos nas artes, na natureza, na construção civil, entre outras situações observadas pelo homem.

Trazemos nesse artigo um recorte da dissertação de mestrado (SILVA FILHO, 2015), onde abordamos a geometria no Ensino Médio e a partir de um teste diagnóstico preparamos uma sequência de atividades baseada em Nasser e Sant'Anna (2010), com suas propostas de trabalho do Projeto Fundão da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, e no livro *Ressignificando a geometria plana no Ensino Médio segundo a teoria de Van Hiele*, de Oliveira e Gazire (2012).

Com isso, vamos nos delimitar em procedimentos realizados na primeira Atividade *Os sólidos geométricos no dia a dia*, com o objetivo de reconhecer as figuras geométricas tridimensionais nas embalagens identificando dois grandes grupos, o dos corpos redondos (cilindro, cone e esfera) e os poliedros (prisma, pirâmide e os poliedros regulares), além de suas planificações com alunos do 3° Ano do Ensino Médio.

2 O Ensino de Geometria no Ensino Médio

Em pleno século XXI, diante do grande avanço tecnológico e desenvolvimento da Ciência, ainda temos muita dificuldade no ensino de disciplinas que requerem concentração e dedicação dos alunos. A Matemática, por vezes, mesmo diante desses avanços, é vista por muitos como uma disciplina de difícil aprendizagem, criando uma barreira entre a disciplina e os educandos. Diante dessa empatia, os professores, sempre que puderem devem ressignificar os conteúdos com o uso de materiais concretos, dando mais significado dando mais significado Matemática ensinada em sala de aula, tornando-a mais acessível para os educandos.

Percebe-se através de pesquisas publicadas que a Geometria é um conteúdo que os educandos demostram enorme dificuldade na compreensão e principalmente no desempenho de atividades relacionadas. Apesar da Matemática ser uma disciplina que acompanha a Linguagem em todas as séries, desde o Ensino Infantil, passando pelo Ensino Fundamental, os educandos ao ingressarem no Ensino Médio trazem consigo poucos conhecimentos geométricos, principalmente relacionados a Geometria Espacial.

> A Matemática faz parte dos currículos escolares, ao lado da Linguagem Natural, como uma disciplina básica. Parece haver um consenso com relação ao fato de que seu ensino é indispensável, a utilidade da Matemática, todavia, não é clara. Essa falta de clareza pode ser a principal responsável pelas dificuldades crônicas de que padece seu ensino (MACHADO, 1987, p. 8).

Ao mesmo tempo que o autor entende a disciplina como essencial e indispensável, relata uma grande dificuldade que, nós educadores, temos em propor situações que fiquem claras a utilidade e aplicabilidade da Matemática no dia a dia dos educandos. Da forma como os conteúdos são abordados em sala de aula, acaba caracterizando como uma linguagem muito formal, técnica e desvinculada de significados, contribuindo para incompreensão de conceitos matemáticos.

Com o desenvolvimento e avanço da Educação Matemática como uma Ciência, representada por teóricos que apontam metodologias diferenciadas, ferramentas e outras tendências que objetivam melhorar o ensino de Matemática.

Durante o mestrado, observamos que teóricos perceberam que todos os conceitos construídos pelos educandos são baseados em experiências vividas em sala aula, pelo desempenho dos mediadores, a interação nas atividades, os materiais utilizados como ferramentas de ensino, o ambiente onde foram desenvolvidas, o meio interno e externo da escola, entre outros fatores.

Um dos fatos que contribuiu de forma significativa, para impulsionar, o ensino de geometria, foi o surgimento da Educação Matemática no Brasil no século XIX. Com isso resultou na criação de uma comunidade de educadores matemáticos no Brasil, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), no final do século XX. Contudo foram criados dezenas de programas de pós-graduação *stricto sensu* na perspectiva de formar pesquisadores em Educação Matemática.

> Educação Matemática caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a Matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 5).

A Matemática ainda é vista, não só pelos alunos, até mesmo por outros docentes, como uma das disciplinas mais difíceis do currículo. Daí a necessidade de repensar a metodologia e dar mais significados aos conteúdos para que os educandos possam perceber e entender sua aplicabilidade de forma espontânea.

Um dos ramos da Matemática que possibilita, através da utilização de materiais manipuláveis, propor uma metodologia diferenciada, é a geometria, facilitando a compreensão das formas, dos seus elementos, de suas propriedades relacionando a geometria plana com a espacial.

Os conhecimentos geométricos contribuíram no desenvolvimento de várias áreas. No campo, através da agricultura, tais conhecimentos que passaram de geração em geração, de forma empírica, entre os povos que viviam na Mesopotâmia e no Egito, na Astronomia, ao estudar o espaço sideral, na Geografia, no estudo do solo, na escala dos mapas, na Construção Civil, entre outras áreas.

Os autores Santos e Nacarato (2014), mostram que no Brasil o ensino de geometria passou por algumas mudanças no decorrer do tempo. Até a década de 1960, baseava-se nos estudos de Euclides. Entre os anos 1970 e 1980 teve uma grande influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM), dificultando bastante a compreensão dos conceitos, pois dava ênfase a linguagem e não aos significados.

Corroborando com Machado (1997), onde o ensino era irrelevante, sem significado algum para a formação intelectual do aluno, para alguns matemáticos, contribui de forma imprescindível para tal abandono e uma grande deficiência em seu ensino e aprendizagem. Enquanto conteúdo escolar, a geometria, tem sido, desde o Movimento da Matemática Moderna, relegada e colocada em segundo plano dentre as atividades escolares.

> Não acreditamos, porém, que esta esteja totalmente ausente das salas de aulas, visto que muitos de seus conteúdos têm sido cobrados nas avaliações externas (no âmbito federal, estadual ou municipal). No entanto não sabemos como tais conteúdos têm sido abordados e o quanto eles têm contribuído para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos (SANTOS; NACARATO, 2014, p. 10).

Autores de livros didáticos passaram a dar mais importância aos conteúdos de geometria após o surgimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais e do Programa Nacional do Livro Didático, todavia o ensino desse conteúdo ainda não contempla os objetivos propostos pelos PCN+, elaborados em 2002.

Rêgo, Rêgo e Vieira (2012) também acreditam que houve um certo abandono no ensino de geometria no Brasil depois do Movimento da Matemática Moderna, ressaltando que:

> A ênfase dada aos aspectos algébricos da Matemática nas décadas de 1960 e 1970, com o MMM, provocou o abandono do campo geométrico em nossos programas escolares. Os conhecimentos desse campo hoje são reconhecidos como de inquestionável importância para a formação de nossos alunos, que consideremos os aspectos didáticos, históricos ou científicos (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012, p. 10).

Surgiram algumas omissões que podem ter contribuído com tal abandono, segundo alguns pesquisadores, essas omissões ficaram fortemente claras em sala de aula. Para Lorenzato (1993), através de uma pesquisa publicou o texto *Os por quês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores*, onde ele mostra que muitos professores não detêm conhecimentos adequados para suas práticas pedagógicas, sendo um dos motivos para tais omissões.

> Considerando que o professor que não conhece geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la (LORENZATO, 1993, p. 3).

Ao surgir indagações em sala de aula relacionadas à geometria o professor passa por uma situação bastante complicada, pois é impossível ensinar algo que não o conhece, causando um problema maior no desenvolvimento geométrico do educando, ao deixar de passar alguns conteúdos de geometria em consequência da sua mal formação, desde o ensino básico até mesmo na vida acadêmica.

Contudo, na medida que o professor não tem a propriedade do conteúdo geométrico, consequentemente, vai ser bastante deficitária sua prática em sala de aula, e seus educandos avançam de nível escolar, porém, não avançam o nível do pensamento geométrico, ingressando no Ensino Médio com o nível bem abaixo do desejado.

> Sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1993, p.5).

Para Santos e Nacarato (2014), mesmo com as mudanças que ocorreram no livro didático, alguns professores ainda são inseguros para ensinar geometria, evidenciando que os dois lados do binômio aprender-ensinar estão intimamente interligados, ou seja, só temos condições de ensinar aquilo que conhecemos e compreendemos bem.

É necessário desenvolver uma metodologia adequada com materiais manipuláveis e diversos recursos didáticos para que os alunos possam se apoderar dos conhecimentos de geometria. Cabe ao professor de Matemática oportunizar, o máximo possível, o cotidiano do aluno com os conteúdos, no o intuito de possibilitar um espaço adequado para que o aluno desenvolva seu pensamento geométrico.

> Há fortes indicações de que insistir no ensino de geometria por meio da aula expositiva, utilizando a linguagem formal, sem envolver o aluno em atividades práticas, não permite que a maioria destes desenvolva conhecimentos que respondem às demandas de saberes matemáticos atuais – sejam formativas ou funcionais (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012, p. 6).

Para que haja esse envolvimento e que o aluno avance no desenvolvimento do pensamento geométrico, é necessário que tenhamos uma metodologia diversificada e que esta promova aos alunos um contato direto com os sólidos geométricos, para que estes possam manipulá-los, fazer suas planificações, identificar as suas propriedades e os seus elementos e que ao longo das atividades consigam sintetizar, definir e conjecturar conceitos e enxergar a geometria plana como também a espacial no seu cotidiano.

> O desenho é um recurso didático importante; no entanto, no ensino de geometria espacial, o desafio é maior, pois muitos alunos possuem dificuldade para desenhar em perspectiva. Daí a importância de um trabalho simultâneo com a manipulação de objetos tridimensionais e

> a sua representação por desenhos, no plano bidimensional (SANTOS; NACARATO, 2014, p. 18).

Rêgo, Rêgo e Vieira (2012) defendem que os alunos eternizam os conceitos de acordo com as experiências e trabalhos vividos e oportunizados pelos mediadores (professores, colegas, materiais instrucionais, instituições de ensino, entre outros), para dá aos discentes sentido e significado aos conteúdos de geometria, identificando suas aplicabilidades. Essas competências e habilidades são construídas a partir do ambiente escolar, levando sempre em consideração os conhecimentos empíricos trazidos pelos educandos.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio referente a Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias (BRASIL, 2006), trouxeram contribuições importantes para desenvolvermos, enquanto educadores, na perspectiva de envolver nossos alunos em atividades dinâmicas, tornando as aulas de matemática mais versátil e atrativa para que percebam a aplicabilidade dos conteúdos no convívio social.

Em situações diversas os professores ignoram as propostas curriculares oficiais, influenciando diretamente na sua prática pedagógica, e em geral, não convergem com os currículos e orientações metodológicas de tais propostas.

Para Fonseca et al. (2011), se considerarmos que os conceitos geométricos são representações mentais e não fazem parte desse mundo sensível, o grande desafio do ensino da geometria é fazer com que o aluno passe da representação concreta para o mundo das ideias. Rêgo e Rêgo (2013) acreditam que por meio de experiências realizadas com material concreto, o educando desenvolve o gosto pelo prazer da descoberta, criando assim, hábitos e costumes conduzindo-os para ser indivíduo autônomo e capacitado para agir e avançar no pensamento geométrico.

Dentre os materiais didáticos utilizados em sala de aula, alguns possibilitam modificações em suas formas, proporcionando maior interesse e participação do aluno, contribuindo nas transformações, descobertas, percepção de propriedades e uma construção efetiva da aprendizagem, caracterizando-se como material concreto (LORENZATO, 2010).

A potencialidade do material é definida pela forma como vai ser utilizado em sala de aula podendo influenciar ou não a aprendizagem do aluno, é a maneira de como será utilizado. Concordamos com Lorenzato (2010), com relação à diferença pedagógica entre uma aula exclusivamente oral, e aquela em que o aluno manuseia o material ou constrói esse material. Foi baseada nessa proposta que realizamos nossas atividades, em sala de aula, durante o mestrado.

> Talvez a melhor das potencialidades do material didático seja revelada no momento de construção pelos próprios alunos, pois é durante esta que surgem imprevistos e desafios, os quais conduzem os alunos a fazer conjecturas e a descobrir caminhos e soluções (LORENZATO, 2010, p. 28).

Concordamos com Passos (2010), quando fala que um material manipulável é considerado bom quando apresenta aplicabilidade para modelar um grande número de ideias matemáticas e quando proporciona uma verdadeira personificação dos conceitos ou das ideias matemáticas a serem exploradas.

Realizamos nossas atividades a partir da manipulação dos materiais concretos, fazendo com que os alunos compreendessem propriedades e conceitos, criando capacidade de abstrair e observar em situações diversas, do dia a dia, a importância e aplicabilidade dos conhecimentos matemáticos, principalmente da geometria espacial que está presente em nosso cotidiano.

Para Mendes (2009), o miais importante é que o professor perceba a necessidade de relacionar esses materiais com as operações que estão sendo realizadas, dando significado ao material fazendo parte do processo cognitivo do aluno. Ainda ressalta que a aprendizagem por ser um processo contínuo que não se reduz apenas à manipulação desses objetos, e que pode ocorrer, também, na relação de abstração realizada em cada atividade.

3 Modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico

Em geral, as pessoas têm ideias diferentes, não seriam as ideias geométricas que iriam convergir para o mesmo pensamento. Apesar de ser diferente no modo de pensar, temos a mesma capacidade de desenvolver habilidades, de forma que possamos pensar e raciocinar dentro do contexto geométrico.

Tendo como base teórica, a pesquisa dos Níveis de Van Hiele, nos fornecem condições de observar e estabelecer essas diferenças quanto ao pensamento geométrico. O casal de professores holandeses, Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, realizaram uma pesquisa, que transformou em tese de Doutorado, sobre o modelo de pensamento geométrico pela Universidade de Utrecht, na década de 1950, tendo como orientador o educador matemático Hans Freudenthal.

A teoria de aprendizagem foi desenvolvida a partir de uma investigação sobre o ensino de geometria, realizada com alunos de 12 e13 anos, dando ênfase na manipulação de figuras, esclarecida, aperfeiçoada e promovida por Pierre, uma vez que Dina faleceu logo após terminar sua tese.

Durante a pesquisa, partir de estudos e práticas, houve reformulações e atualizações na teoria, pelos autores e por outros colaboradores, dessa forma, teve como base diversos projetos de pesquisa e publicações especializadas referentes à Educação Matemática relacionada ao processo de ensino e aprendizagem de geometria (ALMEIDA, 2011). O modelo fundamenta-se nos níveis de aprendizagem dos conceitos geométricos, desde a percepção intuitiva, configurando a identificação mais simples das figuras geométricas, até o aluno desenvolver habilidades para demonstrações formais generalizadas.

> O progresso de um nível para o seguinte se dá através da vivência de atividades adequadas, e cuidadosamente ordenadas pelo professor. Portanto a elevação de níveis depende mais de aprendizagem adequada do que de idade ou maturação. Segundo van Hiele, cada nível é caracterizado por relações entre os objetos de estudo e linguagem próprias. Consequentemente, para que haja compreensão é necessário que o curso adote o nível de raciocínio dominado pela turma (NASSER; SANT'ANNA, 2010, p. 6).

Os autores Nasser e Sant'Anna (2010), Oliveira e Gazire (2012) e Crowley (1994), defendem que a teoria dos van Hiele parte da classificação de cinco níveis hierarquicamente estabelecidos: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. É imprescindível um processo de aprendizagem específico para promover aos educandos a progressão de um nível para o outro, é impossível avançar de nível sem antes identificarmos em qual nível está o aluno.

> Cada um dos cinco níveis descreve os processos de pensamentos usados em contextos geométricos. Os níveis descrevem como pensamos e quais os tipos de ideias geométricas sobre as quais pensamos mais do que a quantidade de conhecimento ou de informação que temos a cada nível. Uma diferença significativa de um nível ao seguinte são os objetos de pensamento – sobre os quais somos capazes de pensar [operar] geometricamente (VAN DE WALLE, 2009, p. 440).

Diferente de Piaget, van Hiele acreditava que o desenvolvimento cognitivo em geometria pode ser acelerado através de instruções adequadas. O primeiro ponto teórico fundamental é totalmente descritivo, explicando, através dos níveis, o processo de evolução do raciocínio geométrico dos alunos. É necessário que o professor contribua com o processo, para garantir ao aluno avançar sobre os níveis.

4 Procedimentos Metodológicos

Essa discussão surgiu a partir da dissertação do mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (PPGECEM-UEPB) (SILVA FILHO, 2015). Realizamos uma pesquisa na escola da rede pública estadual de ensino, situada em um bairro no centro da cidade de Flores – PE, com 28 alunos do 3º ano do Ensino Médio semi-integral, com idades entre 16 e 19 anos. A partir de um teste diagnóstico, para verificar os conhecimentos prévios quanto ao nível de pensamento geométrico, realizamos uma sequência de quatro atividades, na perspectiva de elevar o nível de conhecimento dos educandos.

Nesse artigo, desejamos compartilhar um recorte da primeira, de uma sequência de atividades realizada, a partir dos resultados do teste diagnóstico, o qual foi composto por cinco questões. Com o objetivo de fazer um levantamento dos conhecimentos prévios, analisar em qual nível de pensamento geométrico estavam os alunos e em seguida, planejar e preparar as atividades para oportunizar os alunos ao avanço de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico proposto pelo modelo van Hiele.

Nossa pesquisa teve característica de investigação qualitativa, a qual teve preocupação fundamental com o estudo e com a análise de experiências vividas em sala de aula ou pertinente a ela, valorizando o contato direto do pesquisador no trabalho de campo. Como ressaltam Bogdan e Biklen (1991), os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o ambiente onde está sendo realizada a pesquisa. Para melhor aquisição do conhecimento é importante uma orientação qualitativa que pode ser caracterizada pela descrição, compreensão e interpretação de fatos e fenômenos.

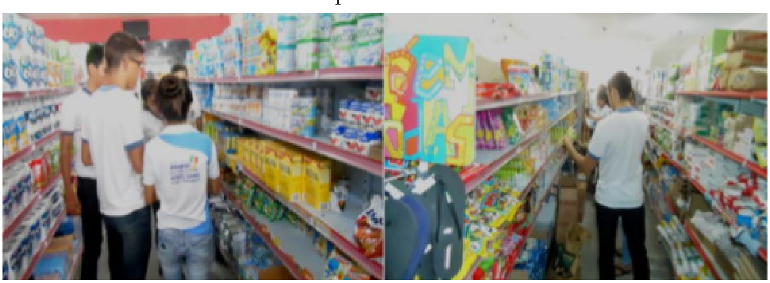
A partir do teste diagnóstico identificamos que vinte alunos estavam no nível básico (visualização e reconhecimento), apenas três demonstraram estar no nível acima do básico, sendo que cinco foram classificados abaixo do nível 0. Com isso percebemos a deficiência que os educandos estavam ao se deparar com situações geométricas, demostrando um nível no desenvolvimento do pensamento geométrico muito aquém do desejado.

A partir desse diagnóstico, preparou-se uma sequência de atividades, apoiados em Nasser e Sant'Anna (2010), com suas propostas de trabalho do Projeto Fundão da UFRJ, e na proposta de Oliveira e Gazire (2012), que apresentaram um trabalho de pesquisa sobre as dificuldades nos processos de ensino e aprendizagem de geometria tridimensional no Ensino Médio (SILVA FILHO, 2015).

5 Os sólidos geométricos no dia a dia

No primeiro momento, a turma foi dividida em grupos e junto com o professor (pesquisador), foram num supermercado da cidade (Figura 1), com os materiais necessários para fazerem as observações propostas: fita métrica, caderno, lápis, máquina fotográfica, ou mesmo celular. Com a orientação de observar as diversas embalagens, suas formas diversificadas, a forma como os produtos são acondicionados e armazenados.

FIGURA 1 - Educandos fazendo observações e anotações no supermercado.



Fonte: Silva Filho (2015).

A partir daí, identificar as embalagens que lhes chamaram mais atenção e fazer as anotações necessárias sobre o produto; dimensões, quantidade, preço, o tipo do produto, material da embalagem, uma possível nomenclatura geométrica para a embalagem em questão. Em outro momento, em sala de aula, foram submetidos a desenhar a planificação das embalagens observadas (Figura 2). Com todas as informações em mãos, pedimos que produzissem a planificação com as medidas reais de cada uma delas, que calculassem a área total para identificar a quantidade de material utilizado na fabricação da embalagem, e que verificassem se realmente a quantidade estabelecida no rótulo pode ser acondicionada em determinada embalagem, através do cálculo do volume.

FIGURA 2 - As equipes produzindo as embalagens a partir de suas planificações.

Fonte: Silva Filho (2015).

Essa atividade oportunizou os alunos a trabalhar, manipular, analisar materiais concretos e observar os conceitos e elementos básicos da geometria (ponto, reta, plano), grandezas e suas medidas, de uma forma implícita, e, na reprodução de embalagens, trabalharam com polígonos, área e volume. Dialogando com a proposta de Rêgo, Rêgo e Vieira (2012, p. 16), onde defende que as atividades "constituídas de desafios, questionamentos e a construção de modelos, possibilitam a incorporação de novos conhecimentos ou provocam a reorganização dos esquemas já existentes, gerando novas aprendizagens".

6 Análise dos dados

Passamos a relatar os resultados referentes a primeira das quatro atividades realizadas na nossa dissertação. Para fazermos as análises pontuamos cinco categorias: *Comunicação por pensamento geométrico*; *Relacionando as figuras geométricas bidimensionais às tridimensionais*; *Sólidos geométricos relacionados ao cotidiano*; *Objetos concretos e abstratos* e *Manipulação de materiais concretos*.

Na visita ao supermercado houve muita comunicação entre os alunos, à medida que observavam as embalagens trocavam ideias sobre as informações necessárias para dar seguimento a atividade em sala de aula. Observaram com mais frequência as embalagens que têm o formato de paralelepípedo. Ao ser dirigida a pergunta "por que escolheram tais embalagens?", falaram que seria mais fácil trabalhar com elas e que são mais comuns entre as demais.

Os grupos realizaram as pesquisas de acordo com a proposta, sempre demonstrando interação e diálogo nas escolhas das embalagens. Apesar do diálogo e trocas de informações tiveram dificuldade para identificar a fórmula de como calcular o comprimento e construir a circunferência na planificação do cilindro e do cone. Demonstraram maior dificuldade na construção de corpos redondos que dos poliedros, como também distinguir conceitos da geometria bidimensional e tridimensional.

Ainda com relação a visita ao supermercado, percebemos a importância de trabalhar com objetos do cotidiano, uma vez que os alunos começam a enxergar a Matemática, ou pelo menos alguns conceitos matemáticos que são úteis para o convívio social. Nesse aspecto, Rêgo, Rêgo e Vieira (2012, p. 97) destacam que "as embalagens apresentam um universo de informações matemáticas de grande importância, principalmente em função do seu valor social".

As noções geométricas também contribuem para aprendizagem de outros eixos da Matemática como números e medidas, pois as crianças são estimuladas a observar, perceber as diferenças e semelhanças e identificar certas regularidades, principalmente quando se trabalha com objetos do mundo físico, muitas vezes fazendo as conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Na segunda etapa da atividade os alunos fizerem as planificações, utilizando as medidas reais das embalagens que foram observadas na visita ao supermercado. Baseados em Crowley (1994), percebemos que essa atividade oportuniza aos alunos avançarem de nível ao manipular, colorir, dobrar, construir figuras geométricas, envolver objetos físicos, identificar e desenhar uma figura dada uma descrição.

Por nossas análises, diante do que expomos, destacamos que são necessárias atividades, em sala de aula, envolvendo a manipulação de objetos concretos para desenvolver melhor os conceitos e os termos geométricos, em busca de uma abstração adequada. Segundo Rêgo, Rêgo e Vieira (2012), os alunos não podem confundir uma representação com o objeto matemático, para não ocorrer a redução das propriedades formais do objeto às propriedades da representação.

Após realizar a sequência de atividades, ficaram perceptíveis, através das análises dos questionários, imagens (fotografias), áudios e registros realizados no diário de bordo, que os alunos demonstraram muito engajamento e disponibilidade para execução das atividades propostas. O desenvolvimento no pensamento geométrico, segundo o modelo van Hiele, foi identificado posteriormente através de um teste prognóstico.

7 Considerações Finais

Levando em consideração os desafios enfrentados pela educação pública brasileira, com ênfase na educação básica, e sobre a necessidade de metodologias favoráveis e acessíveis para um melhor desenvolvimento dos alunos, nosso trabalho evidenciou o desenvolvimento do pensamento geométrico, através de materiais manipuláveis, materiais concretos que se relacionam com cotidiano, utilizando o Modelo van Hiele para exploração da geometria em sala de aula.

Objetivamos dialogar com os alunos do 3° Série do Ensino Médio, mostrando o desempenho da primeira atividade entre uma sequência de quatro, com o propósito de desenvolver o pensamento geométrico dos educandos, onde foi constatado que estavam bem abaixo do esperado para alunos nesse nível de ensino.

Diversos autores dialogam sobre a necessidade do ensino da Matemática, especificamente, da geometria, desde as séries inicias, assim como também, uma metodologia que possa dar mais significados a aprendizagem e que os educandos ao chegar na última fase da educação básica com conhecimentos pertinentes. A partir disso, propomos reflexões pertinentes a construção do conhecimento da geometria espacial. A partir do referencial teórico, nós pretendíamos refletir sobre algumas relações entre objetos do cotidiano, utilizando materiais manipuláveis.

O desafio do ensino de geometria, para Fonseca (2011), é como passar da representação concreta para uma representação mental, ou seja, fazer com que o aluno consiga abstrair conceitos geométricos. Por isso, a necessidade de proporcionar situações desafiadoras nas aulas de Matemática.

Com isso, concluímos que a sequência de atividades, contribuiu significativamente para compreensão de conceitos e propriedades da geometria espacial no Ensino Médio. Ainda identificamos questões acerca do conhecimento geométrico dos alunos que concluem o Ensino Médio que poderão ser estudadas em pesquisas posteriores.

Referências

ALMEIDA, André Ferreira de. **Repercussões do uso de materiais didáticos manipuláveis em aulas de geometria.** 2011. 176 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução a teoria e aos métodos.

Tradução: Maria João Alvarez Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto – Portugal: Porto Editora, 1991, p. 11- 78.

BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+:** Ensino Médio - orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias (Orientações Curriculares para o Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2006, 135p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão definitiva. Ministério da Educação, 2017.

CROWLEY, Mary L. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: MARY MONTGOMERY LINDQUIST, Alberto P. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual, 1994. p.1-20.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO Sérgio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3 ed. Campinas, SP: Autores associados, 2009. (Coleção formação de professores).

FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. **O ensino de geometria na escola fundamental:** três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. – 3. ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2011, p. 127.

LORENZATO, Sérgio. Os "por quês" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. **Pro-posições,** Campinas, v. 4, n. 1, 1993.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**, Campinas, nº 4, 1º semestre, 1995, p.3-12.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na Formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2010, p. 3-37.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade**. São Paulo: Cortez, 1997.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e Investigação em sala de aula:** Tecendo redes cognitivas da aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009, 213 p. (Coleção Contexto da Ciência).

MIORIM, Maria Ângela. A geometria presente em livros didáticos do período de implantação do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. In: Congresso Luso-Brasileiro de História da Educação, 2004, V. **Anais...** Évora: Unevora, 2004. Disponível em http://professor.eventos.uevora.pt/5clb2004/.

NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide F. Parracho. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. 2. Ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010, 101 p.

OLIVEIRA, M. C.; GAZIRE, E. S. **Ressignificando a Geometria plana no Ensino Médio, com auxílio de van Hiele**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sergio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 77-91

PAVANELLO, Regina Maria. O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Consequências (Campinas-SP). **Zetetiké**, ano 1, nº. 1, p.7-17, 1993

PAVANELLO, Regina Maria. **O Abandono do Ensino de Geometria no Brasil:** Uma Visão Histórica. Dissertação de Mestrado. Unicamp. 1989.

RÊGO, Rogéria Galdino; RÊGO. Rômulo Marinho. **Matematicativa**. 4. ed. Campinas-SP: Autores Associados , 2013, 25 p. (Coleção formação de professores).

RÊGO, Rômulo Marino do; RÊGO, Rogéria Galdino do; VIEIRA, Klever Mendes. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

SANTOS, Cleane Aparecida dos; NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em Geometria na educação básica:** a fotografia e a escrita na sala de aula. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014, 111p.

SILVA FILHO, Gilberto Beserra da Silva. **Geometria espacial no Ensino Médio:** Uma abordagem concreta. 2015. 175f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

SOARES, Eduardo Sarquis. **Ensinar Matemática:** desafios e possibilidades. Belo Horizonte: Dimensão, 2009, 136p.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** o pensamento e os conceitos geométricos. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009, p.438-384.

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DOS POLIEDROS REGULARES COM O USO DE PEÇAS MAGNÉTICAS

Maelson da Silva Oliveira
José Joelson Pimentel de Almeida

1 Apresentação

O abandono do ensino de geometria no Brasil, observado por Pavanello (1993), tem motivado diversas pesquisas acerca dessa temática, como o de Oliveira (2018). Sabemos que esse ramo da matemática é tão importante quanto qualquer outro, por isso, promover discussões que favoreçam o seu estudo, despertando o interesse e, acima de tudo, auxiliando na compreensão dos conteúdos ali encontrados, é um dos principais objetivos deste trabalho. Para isso, nos apoiamos em estudos como os de Blackburn (1997), Eves (2004) e Sutton (2015), que possibilitaram a construção de todo um tratado epistemológico acerca dos poliedros de Platão, enriquecendo a nossa pesquisa com os registros mais remotos de como algumas personalidades da história da filosofia e da matemática contribuíram para o que sabemos atualmente sobre esses poliedros.

Assim, buscamos nas conclusões da nossa pesquisa de mestrado a motivação para desenvolver um produto educacional que promovesse um estudo diferenciado voltado aos poliedros de Platão, uma vez que constatamos que muitos livros didáticos não promovem nenhum tipo de abordagem desse conteúdo (OLIVEIRA, 2018). Dessa forma, propomos um conjunto de atividades lúdicas que os professores podem adotar para o tratamento desse conteúdo em sala de aula, partindo de conceitos primitivos, reforçando relatos históricos e manipulando um material dinâmico que possibilita explorar diversas outras ideias e relações geométricas, como a planificação dos sólidos e a relação de Euler. Além disso, a composição das peças permite que o material seja utilizado por deficientes visuais, uma vez que esse público poderá sentir com as mãos os vértices (esferas de aço) e as arestas (hastes magnéticas) das suas criações, montando assim elementos geométricos de acordo com a sua imaginação.

As atividades foram desenvolvidas de maneira a detalhar algumas ideias que despertaram, no decorrer da história, o interesse pelo estudo dos poliedros regulares, bem como o porquê da existência de apenas cinco deles. Desse modo, partimos da construção de polígonos regulares, explorando a medição e o ajuste dos ângulos internos e externos das formas geométricas, realizando assim experimentos capazes de promover uma fácil compreensão dos conceitos e das aplicações. Posteriormente, foram construídos diversos ângulos poliédricos, trabalhando-se conceitos que constituem a demonstração da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares, além da distinção dos não-regulares. Por fim, foram construídos os poliedros de Platão, abordando-se as formas poligonais e a quantidade necessária à construção de cada sólido, onde é também sugerida a construção de poliedros cujas faces sejam polígonos com mais de cinco lados, para evidenciar o fato de que não será possível formar ângulos sólidos a partir deles.

2 Discussão teórica

A geometria é considerada uma das mais antigas ramificações da matemática, pois os indícios de seus usos pela humanidade remontam à pré-história. No decorrer do tempo, diversas civilizações demonstraram utilizar os mais variados conceitos geométricos em determinado momento do seu desenvolvimento, o que evidencia a grande importância dela para a sociedade. Dentre as personalidades que registraram contribuições à geometria, destacamos Platão[1], um dos mais famosos filósofos gregos da antiguidade. Falabretti e Oliveira (2012) lembram a frase que se encontrava exposta na entrada da academia de Platão: *quem não for geômetra não entre*, que evidencia a fascinação desse filósofo pelos elementos dessa área da matemática. Ainda segundo eles, essa frase revela a afinidade de Platão pelo método matemático, indicando a necessidade de seleção de agentes nesse campo do saber, onde possibilitava o convívio e o desenvolvimento de diversas atividades físicas entre eles, tais como comer, caminhar ou se exercitar.

Blackburn (1997) relata que o verdadeiro nome de Platão era Arístocles e sua família pertencia à aristocracia, descendendo de Codros, antigo rei de Atenas. Foi discípulo de Sócrates durante oito anos e se preparou nesse período para dar continuidade à atuação política de sua família. Entretanto, depois da morte de Sócrates, acabou viajando bastante, chegando a se envolver profundamente na vida política interna da Sicília, visitando-a diversas outras vezes, muitas subsidiadas por Dionísio. Assim como seu mestre, Platão apontava na razão filosófica o único caminho para conduzir o homem ao exercício da justiça e à prática da virtude, adotando como tema para grande parte de suas obras a interação do homem na sociedade. Além disso, destacamos a sua fascinação e estudos voltados aos poliedros regulares, que ficaram conhecidos por poliedros de Platão.

Não se sabe ao certo as origens desses poliedros, contudo, diversos estudos apontam que eles ficaram assim conhecidos devido ao fato de Platão ter sido o primeiro a demonstrar que existem somente cinco deles, estabelecendo a descrição, mostrando como construí-los e atribuindo-lhes uma representação cosmológica própria. Todavia, Eves (2004) relata que três desses poliedros se devem aos pitagóricos

1 De acordo com Blackburn (1997), Platão nasceu em Atenas e viveu por volta de 429 a.C. a 347 a.C.

e os outros dois a Teeteto[2], sendo, portanto, ditos de Platão de forma errônea. Esses sólidos classificam-se em: tetraedro, hexaedro (cubo), octaedro, icosaedro e dodecaedro. Três deles possuem faces triangulares, com três, quatro ou cinco triângulos encontrando-se em cada vértice: o tetraedro, o octaedro e o icosaedro, respectivamente; o cubo, com seis faces quadradas; e o dodecaedro, com doze faces pentagonais.

Podemos definir um poliedro como sendo um sólido construído a partir da união de polígonos fechando uma região no espaço, tais polígonos são as faces do sólido. Para Sutton (2015), como um polígono regular possui lados e ângulos iguais, um poliedro regular terá faces de polígonos regulares e vértices idênticos entre si, sendo que os poliedros de Platão são os únicos poliedros regulares convexos. Concordando com esse pensamento, Eves (2004) complementa que um sólido geométrico é considerado regular quando suas faces forem polígonos regulares congruentes e seus ângulos poliédricos também forem congruentes.

Um dos fatos que chamou a atenção de Platão em seu estudo foi a beleza e singularidade desses poliedros, o que o motivou a desenvolver e apresentar toda uma teoria, em seu *Timeu*, baseada exclusivamente neles. Nessa obra é relatado que, de acordo com Platão (2011), Timeu consegue a grandiosidade de deduzir as formas dos elementos relacionando-as com as suas propriedades cinéticas: a pirâmide representa o fogo; o cubo, a terra, por ser o que se move mais lentamente; o icosaedro é atribuído à água; o octaedro, ao ar; e, ao dodecaedro, segundo Sutton (2015, p. 16), é atribuída a seguinte expressão: "restava uma quinta estrutura que Deus usou para bordar as constelações em todo o céu", o que indica que Platão associou esse elemento ao universo. Porém, não se sabe ao certo se Timeu

2 Teeteto (c.414-c.369 a.C.) foi um matemático e amigo de Platão. Supõe-se que contribuiu para a teoria dos irracionais de Euclides, Livro X, e para a geometria dos sólidos do Livro XIII (BLACKBURN, 1997).

realmente existiu ou se ele foi apenas mais um personagem criado para os tradicionais diálogos de Platão.

Pouco tempo depois de Platão, Euclides de Alexandria, que viveu por volta do ano 300 a.C., escreveu o mais completo tratado da geometria que temos até os dias atuais: *Os elementos*. Segundo Berlinski (2018), por mais de dois mil anos o conceito de geometria se resumia à geometria euclidiana, apresentada em *Os elementos*, uma vez que este é considerado o mais antigo texto completo da matemática ocidental e o mais influente dos livros de Euclides. Especificamente no último capítulo dessa obra, no livro XIII, ele descreve a base das construções dos sólidos platônicos. Nesse livro, de acordo com Oliveira (2018), são exploradas as propriedades desses poliedros ao longo de dezoito proposições, partindo das ideias voltadas à inscrição das formas geométricas dos polígonos, construídas no Livro IV, e passando pela inscrição de cada um dos poliedros na esfera, até concluir que só existem cinco tipos de sólidos regulares.

Quase dois milênios depois da existência de Euclides, *Johannes Kepler*[3] ficou igualmente fascinado pelos poliedros regulares, desenvolvendo sua própria teoria cosmológica para eles. De acordo com Eves (2004), Kepler associou os conceitos de volume e superfície à secura e umidade, respectivamente. O tetraedro, por abarcar o menor volume para a sua superfície, sendo assim o mais *seco* dos quatro elementos, é associado ao fogo; já o icosaedro, por ter a maior superfície, é associado à água; o cubo é relacionado à terra por causa da estabilidade que este sólido tem quando é posicionado; o octaedro é associado ao ar, uma vez que, quando este sólido é segurado frouxamente por dois de seus vértices opostos, entre o indicador e o polegar, ele facilmente rodopia, tendo a instabilidade do ar; já o

3 Johannes Kepler (1571 – 1630) é considerado o fundador da astronomia moderna, nasceu perto de Stuttgart [Alemanha]. [...] Aceitava muitas crenças pitagóricas, ocultas e místicas, mas suas leis do movimento planetário são as primeiras leis científicas e matemáticas da astronomia da época moderna (BLACKBURN, 1997).

dodecaedro, por ter doze faces, é associado ao universo, uma vez que o zodíaco tem doze seções.

De acordo com Sutton (2015), Kepler ainda propôs a aplicação de *estrelamento* aos poliedros por meio de dois processos: por extensão das arestas e por extensão dos planos das faces e, ao aplicar o estrelamento ao dodecaedro e ao icosaedro, ele encontrou novos sólidos, chamando-os de *ouriços icosaédricos maior e menor*, que ficaram conhecidos como *dodecaedro estrelado* e *grande dodecaedro estrelado*, e são compostos por doze faces em forma de pentagrama, um com cinco e outro com três pentagramas para cada vértice. Sutton (2015) relata ainda que *Louis Poinsot*[4] investigou poliedros independente de Kepler, redescobrindo os ouriços icosaédricos e outros poliedros estrelados, dentre os quais estão o *grande dodecaedro* e o *grande icosaedro*, que, juntamente com os dois de Kepler, são considerados os únicos poliedros regulares não convexos.

Ainda no século XVIII, *Leonhard Euler*[5] descobriu que, em todo poliedro convexo, o número de vértices somado ao número de faces é duas unidades a mais que o número de arestas. Segundo Eves (2004), um dos artigos de Euler apresenta a expressão: $v - a + f = 2$, onde ele relaciona os números v de vértices, a de arestas e f de faces de um poliedro fechado simples qualquer. Assim, quando um poliedro satisfaz essa relação exposta por Euler, será considerado um *poliedro euleriano*. Essa relação foi verificada nos sólidos platônicos, passando a acompanhá-los na maioria das abordagens dos livros didáticos de matemática, aparecendo como um dos critérios que caracterizam esses tipos de sólidos, fato apontado no trabalho de dissertação de mestrado de Oliveira (2018), que concluiu que,

4 Louis Poinsot (1777 – 1859) foi um matemático francês.

5 Leonhard Euler (1707 – 1783) foi um grande matemático e físico nascido na Basiléia, terceira maior cidade da Suíça.

em três das quatro coleções dos livros analisados[6] que abordam os poliedros de Platão, as demonstrações partem da relação de Euler.

3 Procedimentos Metodológicos

Nesta seção apresentamos a proposta de atividade que foi desenvolvida em nosso produto educacional: demonstrar a existência dos poliedros regulares através de um material manipulável (OLIVEIRA; ALMEIDA, 2018). Essa atividade é constituída de três momentos: criação de polígonos regulares e não regulares, analisando o comportamento dos ângulos de diferentes polígonos; exploração de ângulos sólidos, para discutir as ideias que possibilitam a constituição dos poliedros; e, por fim, a construção de poliedros regulares. Com isso, a demonstração da existência dos poliedros de Platão será realizada gradativamente, de acordo com as ideias abordadas em cada momento. Os materiais utilizados são as *hastes magnéticas com esferas de aço*[7].

3.1 Primeiro momento: construção de polígonos

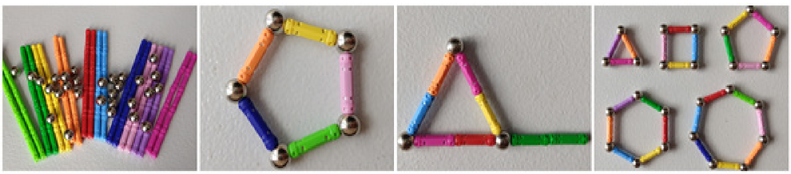
Como o produto educacional foi derivado de uma pesquisa epistemológica acerca de *Os Elementos*, procuramos trazer algumas contribuições da obra de Euclides para fundamentarmos os experimentos de construção (OLIVEIRA, 2018; OLIVEIRA; ALMEIDA, 2018). Por isso, propomos iniciar a atividade a partir da trigésima segunda proposição de Euclides: *Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos, e os*

6 Em Oliveira (2018) investigamos a medida em que o modelo euclidiano está presente nas abordagens dos poliedros de Platão de quatro coleções de livros didáticos de matemática do Ensino Médio.

7 Esses materiais podem ser adquiridos juntos e são vendidos em diversas lojas virtuais, podendo ser encontrados com as seguintes denominações: blocos magnéticos de construção; varas magnéticas e bolas de metal; ou *magnetic sticks and balls construction set*.

três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 122), para abordar, no decorrer dela, os teoremas do ângulo externo e da soma dos ângulos internos do triângulo. Nesse primeiro momento o aluno deve ainda explorar a constituição dos polígonos de quatro, cinco, seis e sete lados, finalizando com a discussão de que, dividindo 360° pela quantidade de lados do polígono, encontra-se a medida do ângulo externo.

FIGURA 1 – Construção de representações de polígonos



Fonte: Arquivo dos autores

3.2 **Segundo momento:** explorando ângulos poliédricos

Sugere-se desenvolver esta atividade a partir da construção aleatória de poliedros quaisquer, para que se explorem suas limitações em função dos vértices, arestas e faces. Com isso, o aluno perceberá que, para qualquer tipo de poliedro, para construir um ângulo poliédrico, que Sutton (2015) também chama de *ângulo sólido*, serão necessários ao menos três polígonos para compor tal ângulo. Além disso, é imprescindível provocar a curiosidade de tentar formar um ângulo sólido com seis triângulos equiláteros, quatro quadrados ou três hexágonos em torno do mesmo vértice, para que assim perceba-se que, quando a soma dos ângulos internos resultar 360°, será obtida uma superfície plana, ou seja, para se formar o *bico* do poliedro, é necessário que essa soma seja sempre menor que 360º. Assim, será construída uma das principais ideias que levam à compreensão de que existem apenas cinco tipos de poliedros regulares.

FIGURA 2 – Construção de representações de ângulos sólidos

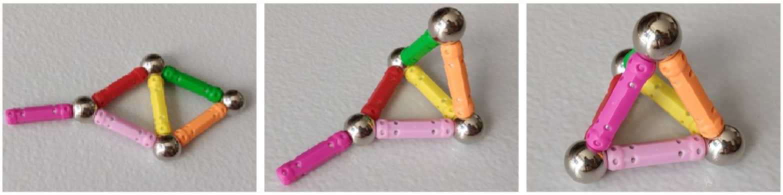
Fonte: Arquivo dos autores

3.3 Terceiro momento: construção dos poliedros regulares

Esta atividade é a responsável por demonstrar o porquê de existirem apenas cinco tipos diferentes de poliedros regulares, ou seja, aqueles formados por polígonos regulares de mesmo tipo em suas faces e mesmos ângulos poliédricos. Assim, iniciamos a construção do tetraedro a partir da união de dois triângulos equiláteros, construídos com cinco hastes e quatro esferas de aço, que, quando unidos pela sexta haste, formarão simultaneamente os quatro ângulos sólidos desse poliedro. Conforme Sutton (2015),

> O tetraedro é composto por quatro triângulos equiláteros, com três deles encontrando-se em cada vértice. Seus vértices também podem ser definidos pelos centros de quatro esferas que se tocam. Platão associava esta forma com o elemento fogo, pela agudeza penetrante de suas arestas e vértices, e porque o tetraedro é o mais simples e mais fundamental dos sólidos regulares. Os gregos também conheciam o tetraedro como *puramís*, de onde vem a palavra *pirâmide*. Curiosamente, a palavra grega para fogo é *pur* (SUTTON, 2015, p. 08).

FIGURA 3 – Construção de uma representação do tetraedro regular



Fonte: Arquivo dos autores

Na construção do segundo poliedro de Platão, o cubo, são utilizadas oito esferas de aço e doze hastes magnéticas. O primeiro ângulo sólido deverá ser formado a partir de três quadrados, completando os demais de maneira análoga, obtendo sempre quadrados nas faces.

> O cubo tem simetria octaédrica. Platão associou-o ao elemento terra devido à estabilidade de suas bases quadradas. Alinhado com a nossa experiência do espaço, o cubo volta-se para a frente, para trás, para a direita, para a esquerda, para cima e para baixo, o que corresponde às seis direções: norte, sul, leste, oeste, zênite e nadir. Seis é o primeiro *número perfeito*, cuja soma dos fatores resulta nele mesmo (1 + 2 + 3 = 6) (SUTTON, 2015, p. 14).

FIGURA 4 – Construção de uma representação de cubo

Fonte: Arquivo dos autores

Para a construção do terceiro poliedro regular usamos seis esferas de aço e doze hastes magnéticas, formando o primeiro ângulo sólido com quatro triângulos e completando os demais com essa mesma quantidade.

> O octaedro é composto por oito triângulos equiláteros, com quatro deles encontrando-se em cada vértice. Platão considerava o octaedro um intermediário entre o tetraedro, ou fogo, e o icosaedro, ou água, atribuindo esse sólido, por tanto, ao elemento ar. O octaedro tem seis eixos duplos que passam pelas arestas opostas, quatro eixos triplos que passam através de seus centros de face, e três eixos quádruplos que passam através de vértices opostos. Os sólidos que reúnem esses eixos de rotação exibem uma *simetria octaédrica* (SUTTON, 2015, p. 10).

FIGURA 5 – Construção de uma representação do octaedro regular

Fonte: Arquivo dos autores

Na construção do icosaedro são utilizadas doze esferas e trinta hastes magnéticas, partindo da junção de cinco triângulos equiláteros para formarmos o primeiro ângulo sólido. Assim, devemos completar os demais ângulos colocando sempre a mesma quantidade de triângulos em torno de cada esfera (vértice).

> O icosaedro é composto de vinte triângulos equiláteros, com cinco deles encontrando-se em cada vértice. Tem quinze eixos duplos, dez eixos triplos e seis eixos quíntuplos, conhecidos como *simetria icosaédrica*. Uma vez que o tetraedro, o octaedro e o icosaedro são feitos

> de triângulos idênticos, o icosaedro é o maior. Isso levou Platão a associar o icosaedro com a água, o mais denso e menos penetrante dos três elementos fluidos: fogo, ar e água (SUTTON, 2015, p. 12).

FIGURA 6 – Construção de uma representação do icosaedro regular

Fonte: Arquivo dos autores

Para construirmos o quinto sólido regular, o dodecaedro, será preciso formar pentágonos nas faces, porém, partiremos do princípio de Platão, que constrói o pentágono a partir de cinco triângulos equiláteros, conforme aponta Sartor (2013):

> Primeiramente formaríamos os triângulos retângulos de ângulos agudos iguais a 30º e 60º. Em seguida, agruparíamos seis destes triângulos, formando um triângulo equilátero. A reunião de cinco destes triângulos formaria uma das faces, ou seja, um pentágono, de forma que cada um deles seria composto por 30 triângulos retângulos. Já que o dodecaedro tem 12 faces, então o sólido teria 360 triângulos retângulos em sua constituição. No entanto, os matemáticos observam que a formação do dodecaedro a partir destes procedimentos não é possível, já que a reunião de cinco triângulos equiláteros não resulta em um pentágono, e sim um ângulo poliédrico (SARTOR, 2013, p. 43).

Dessa forma, construímos o dodecaedro estrelado para garantirmos a sustentabilidade da estrutura montada. Para isso, utilizamos trinta e duas esferas de aço e noventa hastes magnéticas. Portanto, cada pentágono conterá cinco triângulos equiláteros, e cada ângulo sólido do dodecaedro é formado com três desses pentágonos, completando os demais ângulos de maneira análoga, até o fechamento da estrutura.

> O belo dodecaedro tem doze faces pentagonais regulares, três das quais se encontram em cada vértice. Sua simetria é icosaédrica. Tal como o tetraedro, ou pirâmide, e o cubo, o dodecaedro era conhecido pelos primeiros pitagóricos e frequentemente chamado *a esfera de doze pentágonos*. Tendo detalhado os outros quatro sólidos e tendo-lhes atribuído os quatro elementos, o Timeu de Platão diz enigmaticamente: "Restava uma quinta estrutura que Deus usou para bordar as constelações em todo o céu" (SUTTON, 2015, p. 16).

FIGURA 7 – Construção de uma representação do dodecaedro estrelado

Fonte: Arquivo dos autores

Oliveira (2018) sugere ainda a tentativa de construção de poliedros regulares que possuam mais de cinco lados, mesmo que necessite sustentar a estrutura com triângulos, como é o caso dos hexágonos, heptágonos ou até octógonos, pois, quando tentarem dar sustentabilidade a esses polígonos, os alunos devem constatar que quando não obtiverem uma superfície plana, não conseguirão acrescentar triângulos equiláteros de forma a preservar a regularidade seres polígonos. Desse modo, com a tentativa de formar ângulos poliédricos a partir de polígonos com mais de cinco lados, será observado que não é possível formar nem o primeiro ângulo sólido, comprovando assim que existem apenas cinco tipos de poliedros regulares.

4 Considerações sobre a construção da proposta

Promover o estudo dos poliedros de Platão por meio de construções dinâmicas foi um dos objetivos que pensamos ao desenvolver o nosso produto educacional, pois sabemos que sempre surgem dificuldades no que concerne à criação de metodologias e práticas inovadoras no âmbito do cotidiano escolar. Além disso, pensar metodologias que possibilitem uma aprendizagem autônoma, isto é, incentivando as investigações e descobertas por parte dos alunos e promovendo uma dinâmica divertida no decorrer das atividades, é algo ainda mais difícil. Por isso, escolhemos um material que explora a experimentação autônoma e crítica, trazendo assim as contribuições da educação lúdica, conforme sugere Almeida (1994):

> A educação lúdica, na sua essência, além de contribuir e influenciar na formação da criança e do adolescente, possibilitando um crescimento sadio, um enriquecimento permanente, integra-se ao mais alto espírito de uma prática democrática enquanto investe em uma produção séria do conhecimento. A sua prática exige a participação franca, criativa, livre, crítica, promovendo a interação social e tendo em vista o forte compromisso de transformação e modificação do meio (ALMEIDA, 1994, p. 41).

Desse modo, buscando suprimir algumas das dificuldades que os alunos encontram durante o processo de aprendizagem, utilizamos o lúdico como instrumento facilitador desse processo, uma vez que este desperta o interesse pelo conteúdo que com ele é trabalhado, aumentando assim a aprendizagem efetiva dos estudantes.

De acordo com Pozo e Crespo (2009), inúmeras pesquisas apontam que a maioria dos alunos não aprende a ciência que lhes é ensinada, fato percebido e vivenciado por diversos professores em seu trabalho cotidiano.

> Espalha-se entre os professores de ciências, especialmente nos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio, uma crescente sensação de desassossego, de frustração, ao comprovar o limitado sucesso de seus esforços docentes. Aparentemente, os alunos aprendem cada vez menos e têm menos interesse pelo que aprendem (POZO; CRESPO, 2009, pp. 14-15).

Assim, repensar nossas práticas ao desenvolver atividades pedagógicas, dentro e fora da sala de aula, não é uma tarefa fácil, porém necessária. Pozo e Crespo (2009) apontam a fraca significação dos resultados obtidos pelos alunos como uma das dificuldades encontradas na aprendizagem de procedimentos envolvendo problemas quantitativos, uma vez que os alunos acabam se limitando a encontrar a *fórmula matemática* e a chegar a um resultado numérico aplicando cegamente um algoritmo ou um modelo de *problema* sem compreender de fato o que estão fazendo. Por isso, buscamos trazer em nosso produto educacional atividades que evitassem problemas desse tipo, fazendo com que os alunos fossem norteados a construir significados de maneira gradativa e de acordo com os objetivos do conteúdo. Além do mais, procuramos ainda enriquecê-las com relatos da história da matemática, conforme sugestão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Brasil:

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse

> e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2019, p. 298).

Assim, as atividades aqui desenvolvidas possibilitam a discussão de ideias que despertaram o interesse pelo estudo dos poliedros regulares no decorrer do tempo, incentivando o uso da história da matemática como recurso metodológico, uma vez que os relatos históricos ajudam fornecendo contextos e mostram o quanto a matemática é também um produto cultural. Além disso, a composição do material utilizado é acessível a diferentes públicos e faixas etárias, inclusive para pessoas portadoras de deficiência visual, podendo servir como objeto de pesquisa para estudos futuros para a composição de recursos e metodologias inclusivas. Fernandes (2008) aponta a necessidade de pesquisas com a finalidade de estabelecer critérios que auxiliem na formulação de parâmetros que orientem no planejamento de avaliações, especialmente no desenvolvimento de ferramentas e materiais que possam ser integrados a práticas cotidianas voltadas a todos os alunos, portadores de deficiências ou não.

É importante destacar que essas atividades desenvolvidas podem ser moldadas de acordo com a preferência de cada professor, adaptando para o Ensino Fundamental ou para o Ensino Médio; abordando outros conceitos, como a relação de Euler; promovendo discussões mais aprofundadas, como o fato de todo poliedro regular ser platônico, mas nem todo sólido platônico ser regular; e acrescentar ou improvisar materiais de acordo com as necessidades. Ademais, lembramos que as hastes magnéticas aqui utilizadas são diferentes das que utilizamos em nosso produto inicial (que eram feitas em madeira, possuíam dez centímetros de comprimento e continham pequenos blocos magnetizados em suas extremidades). Fizemos isto porque, quando se tratava da construção de sólidos geométricos, o primeiro material permitia a construção de estruturas que julgamos pesadas para a aderência do pouco magnetismo, o que deixava as formas geométricas com aspecto instável. Contudo, recomendamos hastes menores e totalmente magnetizadas, como as que foram utilizadas aqui, com 2,7 centímetros de comprimento.

5 Considerações finais

As características dos poliedros de Platão lhes garantem uma aparência bela e harmoniosa, tendo despertado o interesse de estudo de muitas personalidades ao longo da história da matemática. Atualmente, existem diversas classes de poliedros, cada uma com suas peculiaridades, sendo frequentemente exploradas nos programas curriculares do Ensino Fundamental, Médio e Superior. No entanto, as abordagens dos poliedros de Platão em livros didáticos do Ensino Médio têm se apresentado de forma limitada. Por exemplo, a demonstração de que existem apenas cinco tipos diferentes desses sólidos costuma ser realizada de forma puramente algébrica, fato que pode ser visto como reflexo do abandono do ensino de geometria no Brasil, conforme apontado por Pavanello (1993) e corroborado por Oliveira (2018).

Dessa forma, pensando em promover situações que potencializam o estudo dos poliedros regulares, transcendendo as tradicionais e corriqueiras abordagens algébricas, propomos uma sequência de atividades que auxilia no desenvolvimento de habilidades de visualização, de noções do espaço e, consequentemente, do pensamento geométrico do aluno. Assim, apresentamos um produto educacional que possibilita discussões teóricas e práticas acerca de diversos conceitos que permeiam o tratamento dos sólidos regulares em sala de aula, buscando despertar no aluno a curiosidade em aprender manipulando materiais.

Além disso, nossa proposta deixa algumas reflexões acerca do material utilizado, pois, devido a sua versatilidade, pode ser adaptado ao ensino de diversos outros conteúdos de outras disciplinas, como o magnetismo da física ou as representações das ligações atômicas da química. Portanto, esperamos que este material possibilite ainda o desenvolvimento de outras pesquisas, ajudando àqueles que têm dificuldades de aprendizagem ou mesmo àqueles que possuem algum tipo de deficiência física que impeça o reconhecimento, assimilação ou aplicação dos conceitos que com ele forem trabalhados.

Referências

ALMEIDA, Paulo Nunes de. **Educação lúdica**. São Paulo: Loyola, 1994.

BERLINSKI, David. **Os elementos de Euclides:** Uma história da geometria e do poder das ideias. 1. ed. Trad. Claudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar, 2018.

BLACKBURN, Simon. **Dicionário Oxford de Filosofia**. Consultoria da edição brasileira, Danilo Marcondes. Tradução de Desidério Murcho et al. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em 26 de abril de 2019.

EUCLIDES. **Os elementos/Euclides.** Tradução e introdução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Campinas. SP: Editora da Unicamp, 2004.

FALABRETTI, Ericson Sávio; OLIVEIRA, Joelson Roberto de. **Didática da Filosofia**. Curitiba: IESDE. Brasil S.A., 2012.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos:** uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva. 2008. 262 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

OLIVEIRA, Maelson da Silva. **O modelo euclidiano nas abordagens dos poliedros de Platão em livros didáticos:** reflexos do movimento da matemática moderna? 2018. 132f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

OLIVEIRA, Maelson da Silva; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Uma proposta para o ensino dos poliedros de Platão.** Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018. (Produto Educacional). Disponível em: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/568263. Acesso em 16 ago. 2021.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas: UNICAMP, a. 1, n. 1, p. 07-16, 1993.

PLATÃO. **Timeu-Crítias.** 1. ed. Trad. Rodolfo Lopes. Coimbra, Portugal: Imprensa da Universidade de Coimbra / Centro de Estudos Clássicos e Humanísticos, 2011. (Coleção Autores Gregos e Latinos).

POZO, Juan I.; CRESPO, Miguel Ángel G. **A aprendizagem e o ensino de ciências:** do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SARTOR, Nayara Longo. **O universo dos poliedros regulares**. 92f. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Universidade

Federal do Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2013. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=33850. Acesso em 2 abr. 2021.

SUTTON, Daud. **Os sólidos platônicos e arquimedianos:** o pequeno guia do espaço tridimensional. Tradução Jussara Almeida de Trindade. 1° ed. São Paulo: É Realizações, 2015.

O USO DA HQ COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Patrícia Priscilla Ferraz da Costa Souza
Nelson Antônio Pirola

1 Apresentação

Este capítulo é resultante de uma dissertação de Mestrado Profissional, intitulada "O desenvolvimento do pensamento geométrico: uma proposta de recurso didático por meio da HQ", que teve como objetivo compreender a situação atual do ensino da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, refletindo sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e apresentando uma nova proposta de recurso didático (produto educacional)[8] para o ensino da geometria escolar em formato de Histórias em Quadrinhos (HQ). A Dissertação de Souza (2018a) foi defendida no Programa de Mestrado Profissional em Docência para a Educação Básica, da Universidade Estadual Paulista, UNESP/Bauru.

A geometria foi escolhida, considerando a experiência da pesquisadora como professora e gestora de escola dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Como professora, sempre identificava

8 O produto educacional tem como título: Uma história em quadrinhos como possibilidade de aprendizagem de conteúdos de espaço e forma nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Está disponível em: https://www.fc.unesp.br/Home/ensino/pos-graduacao/programas/mestradoprofissionalemdocenciaparaaeducacaobasica/produtoversao-final-26.4-pdf.pdf.

a dificuldade que os alunos tinham em relação a esse ramo da Matemática; como gestora, percebia que, além dos alunos, os professores também sentiam dificuldades para trabalhar os conteúdos de geometria no primeiro ciclo do Ensino fundamental. Essa experiência corrobora os trabalhos desenvolvidos por Pirola (1995), Viana (2000), Pirola e Tortora (2013), Silva (2016) e Siqueira (2019).

O objetivo deste capítulo é apresentar uma síntese da dissertação (SOUZA, 20181) que culminou com a elaboração de um produto educacional que pode contribuir para o ensino da geometria escolar nos anos iniciais do Ensino fundamental.

2 Ensino de geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico

A geometria faz parte do mundo que nos cerca, estando presente desde o início dos tempos, da Pré-História até os dias atuais. Basta olhar à nossa volta que encontraremos várias formas geométricas, localizadas em vários espaços distintos. Souza (2018a) aponta que a geometria se desenvolveu de acordo com a necessidade do homem de medir, partilhar e localizar. A palavra geometria, de origem grega significa: GEO – terra e METRIA – medir.

Atualmente, o ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental faz parte do currículo obrigatório da Matemática, estando previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental - PCN (BRASIL, 1997), nas diferentes propostas de ensino e também na Base Nacional Curricular Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) , propondo uma prática em que o aluno possa ser estimulado a estabelecer relações com os espaços e formas que os cercam, através do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Sendo assim, é possível afirmar que os conteúdos geométricos devem fazer parte do contexto do ensino da Matemática escolar, considerados de grande importância para o desenvolvimento cognitivo do educando, possibilitando o desenvolvimento de competências e habilidades referentes à localização, deslocamento, classificação de objetos no espaço, percepção de semelhanças e diferenças, identificação de formas bidimensionais e tridimensionais, entre outros. Os conhecimentos geométricos são essenciais não só para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, mas, para a compreensão de outras áreas do conhecimento, como a Geografia, a Educação Física, entre outras.

Souza (2018a) destaca que ainda não podemos dizer que o ensino de geometria está presente de forma efetiva nas salas de aula do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Essa autora destaca que existe uma lacuna do ensino da geometria e a ausência do trabalho com essa parte da Matemática tem sido discutida por diversos autores brasileiros (PAVANELLO, 1989) e também fora do Brasil (CROWLEY, 1994). Tais pesquisadores identificaram alguns problemas relacionados ao ensino da geometria, como o seu abandono e dificuldades conceituais e metodológicas apresentada por parte dos professores, entre outros.

O Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (GPPEM), da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Bauru, SP, têm se dedicado ao desenvolvimento de pesquisas tanto do ponto de vista da aprendizagem dos alunos da Educação Básica, como da formação de professores em geometria.

Os trabalhos de Silva (2016) e Silva (2018), desenvolvidos no GPPEM, mostraram as dificuldades dos professores alfabetizadores no que diz respeito aos conhecimentos declarativos (conceituais). Esses estudos apontaram para uma necessidade de formação continuada de professores que valorize não somente os aspectos metodológicos, mas também aqueles que dizem respeito à formação conceitual que, de acordo com Pirola (1995), envolvem os aspectos de identificação de atributos definidores (características das figuras), o trabalho com exemplos e contraexemplos, a utilização de relações subordinadas (que vão do geral para os casos específicos) e de relações superordenadas (que vão dos casos específicos para o caso geral), entre outros.

As pesquisas de Pirola (1995) e Proença (2008), também desenvolvidas no GPPEM, mostraram as dificuldades dos alunos da Educação Básica em termos de formação de conceitos geométricos. Esses estudos evidenciam que muitos alunos possuem desconhecimentos de propriedades básicas das figuras geométricas, desconhecimento de nomenclaturas e de atributos definidores de figuras planas e espaciais, dificuldades na representação de figuras geométricas, entre outros.

De forma geral, o que se percebe, por meio desses estudos, é que tanto professores como alunos não conseguiram desenvolver, de forma adequada o que Van Hiele (1986) chamou de pensamento geométrico.

Os PCN referem-se ao pensamento geométrico como algo essencial para um trabalho que vise à compreensão do mundo que nos cerca. Esse termo também é destacado por diversos autores como: Van Hiele (1986), Crowley (1994), Del Grande (1994), Pirola (1995), entre outros, e também em publicações Federais, como PCN, (BRASIL, 1997) e BNCC, (BRASIL, 2017).

O pensamento geométrico, segundo Nacarato e Passos (2003), refere-se à inter-relação entre os processos de visualização, percepção e aspectos figurais e conceituais da geometria.

Pirola (2013) destaca que, embora não exista uma única definição sobre o que seja o pensamento geométrico, parece haver consenso entre os pesquisadores que tratam desse tema de que o pensamento geométrico é composto de vários componentes cognitivos, como a percepção e orientação espacial, que capacitam os indivíduos a resolveram tarefas envolvendo situações geometrizadas (que envolvem formas e espaços). Souza (2018a) considera que o pensamento geométrico está ligado à capacidade de raciocinar logicamente sobre os conteúdos e conceitos relacionados ao espaço e à forma.

A teoria, que compreende o desenvolvimento do pensamento geométrico, foi amplamente estudada pelo casal de pesquisadores holandeses, Pierre Marie Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele-Geldof, professores de Matemática. Partindo das dificuldades encontradas em sala de aula, observaram a necessidade de compreender o processo de ensino e aprendizagem da geometria. Segundo Souza (2018a), esses autores estabeleceram, a partir de investigações com seus alunos, uma teoria que explica a existência de níveis de pensamentos e fases de aprendizagem. Dessa forma, o modelo criado pelos Van Hiele sugere que o desenvolvimento do pensamento geométrico evolua segundo uma sequência, formado por cinco níveis de compreensão: iniciando no simples, que é o reconhecimento de formas, e progredindo até ser capaz de construir provas geométricas formais.

A seguir, é apresentado um resumo dos níveis do pensamento geométrico proposto por Van Hiele:

Quadro 1 - Níveis de desenvolvimento propostos por Van Hiele.

NÍVEIS	CARACTERÍSTICAS
NÍVEL 1- RECONHECIMENTO	Nível inicial o indivíduo reconhece a figura com base em sua aparência global, reconhece visualmente, tem condições de apreender o vocabulário geométrico, mas, ainda não é possível realizar relações com suas partes e propriedades.
NÍVEL 2- ANÁLISE	Neste nível é possível analisar conceitos geométricos, inicia-se o processo de identificação das figuras por suas propriedades e utilizar de seus atributos na resolução de problemas. No entanto, são incapazes de fazer correlação entre as propriedades, não sendo capazes de compreender que uma classe de figuras pode ser subclasse da outra.
NÍVEL 3- DEDUÇÃO INFORMAL	Neste nível o aluno é capaz de entender a classe de figuras e a inclusão de subclasses, ordena logicamente seu pensamento realizando inter-relações entre as propriedades; as definições são reais e significativas. Mas, não são capazes de criar o novo, partindo de premissas inéditas.
NÍVEL 4- DEDUÇÃO FORMAL	Neste nível o indivíduo apresenta domínio no processo dedutivo e demonstrativo, tendo o reconhecimento de condições necessárias e suficientes.

NÍVEIS	CARACTERÍSTICAS
NÍVEL 5- RIGOR	Último nível proposto por essa teoria, no qual o estudante é capaz de vários sistemas axiomáticos, pode estudar a Geometria não-euclidiana e estabelecer comparações entre diferentes sistemas.

Fonte: Adaptado de Viana (2000).

Souza (2018a), pautada na concepção do desenvolvimento do pensamento geométrico, no qual se busca o raciocinar e o compreender, ligados às habilidades e competências de visualização e percepção, tendo a teoria Van Hiele como base para criação deste trabalho, desenvolveu um produto educacional, acreditando na eficácia de um trabalho que leve os alunos a progredirem dentro dos níveis de desenvolvimento e aprendizagem que proporcionam o investigar, explorar, comparar, generalizar, concluir, enfim, raciocinar em um espaço de aprendizagem real e significativa. Desta forma, foram realizadas as pesquisas de campo que resultaram no produto educacional que utiliza os benefícios da HQ como um recurso didático facilitador do desenvolvimento do pensamento geométrico.

3 A história em quadrinhos como recurso didático

Souza (2018a) destaca que a HQ é um meio de comunicação que utiliza da articulação de diferentes linguagens (imagens, palavras, signos e símbolos) que se completam na transmissão de mensagens que se inserem no campo da Cultura, Arte e Ciência.

Para essa autora, esse tipo de texto apresenta os elementos básicos das narrativas: enredo, personagens, tempo e lugar. Esse gênero pode possibilitar uma comunicação mais rápida e eficaz, porém, é preciso que o criador e o leitor conheçam os elementos dos quadrinhos. Os elementos básicos são os quadrinhos e os balões.

De acordo com várias pesquisas (EISNER, 1989; CARVALHO, 2006; entre outros) a HQ pode ser considerada um recurso eficaz no campo educacional que explora imagens e textos, proporcionando melhores condições de fixar ideias e conceitos, sendo uma linguagem que o aluno domina, possibilitando a conexão com o mundo real de maneira lúdica e prazerosa.

Souza (2018a) destaca, ainda, que a história em quadrinhos ou o gibi é um meio de comunicação dialógico, constituído por uma estratégia de leitura que envolve elementos textuais e imagens em uma narrativa na qual o autor e o leitor estão estritamente ligados. William Erwin Eisner, um renomado quadrinista americano, professor e pesquisador no campo da HQ, definiu quadrinhos como a arte sequencial que emprega uma série de imagens repetitivas e símbolos reconhecíveis. Essa arte sequencial tem o poder de encantar seus leitores que, apesar de ser no Brasil considerado um gênero literário infantil, possui também, um grande público adulto.

Historicamente, esse gênero textual já foi usado até na instrução de soldados na Segunda Guerra Mundial, pelo fato de ser considerado um meio de comunicação com poder de educar, por meio de uma linguagem acessível.

Carvalho (2006), Mestre em Educação e cartunista, autor do livro "A Educação está no gibi", relata em sua obra que, em 1940, Will Eisner, quadrinista mundialmente conhecido, após perceber o potencial educativo desse gênero literário, abandonou seu personagem de maior sucesso para dedicar-se a quadrinhos educativos utilizados na Segunda Guerra Mundial.

No entanto, nessa mesma época no Brasil, esse potencial educacional das HQ não era reconhecido, inclusive, esse tipo de literatura foi censurado pela Igreja Católica, argumentando que traziam temas estrangeiros prejudiciais às crianças.

Em 1944, conforme relatado por Carvalho (2006), o Ministério da Educação e Cultura (MEC) apresentou um estudo preconceituoso, afirmando que as HQ provocavam lerdeza mental, atribuindo essa teoria ao fato de as crianças preferirem ler as HQ em vez dos livros literários. A HQ sofreu muitos preconceitos e censura. No entanto, no tempo atual, já existem pesquisas que comprovam que os gibis desenvolvem habilidades diversas, proporcionando melhores condições de estudo.

Souza (2018a), em sua dissertação de Mestrado, destaca que a imagem é um aspecto que valoriza a HQ, sendo um elemento muito importante no processo de aprendizagem do aluno que, através dessa união (escrita e visual) passa a ter muito mais oportunidades de entendimento. A linguagem visual permite a representação da realidade concreta e abstrata.

Carvalho (2006) destaca a possibilidade do trabalho com esse material em sala de aula, indo além do puro entretenimento, buscando a união da imagem e palavra no processo de ensino e aprendizagem.

A HQ é uma ferramenta eficiente e fácil de ser utilizada tanto para o professor quanto para o aluno. Ela pode permitir vivenciar situações diversas, conhecer lugares, pessoas, conceitos, sem sair da sala de aula.

Esse recurso didático permite o despertar de interesse do aluno, possibilitando maiores oportunidades de conteúdos e conceitos científicos, articulando os saberes escolares à vida prática do aluno em contextos próximos à realidade do educando.

O programa federal de formação de educadores "Salto para o Futuro", apresenta o potencial educativo da HQ, publicando em 2011 um livro intitulado "História em Quadrinhos: Um Recurso de Aprendizagem" com a seguinte linha de pensamento:

> As Histórias em Quadrinhos na sala de aula também motivam os alunos relutantes ao aprendizado e à leitura. Elas os envolvem num formato literário que eles conhecem. E também as HQs "falam" com eles de uma forma que entendem e, melhor do que isto, se identificam (MENDONÇA et al., 2011, p. 6).

Dessa forma, unimos a HQ com suas diversas possibilidades de aprendizagem aos conteúdos geométricos destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental, buscando a possibilidade de exploração dos elementos textuais e gráficos apresentados nos quadrinhos com os conteúdos ligados ao espaço e forma. Assim, apresentamos um rico material didático ao professor, que permite melhores condições de aprendizagem da Geometria, além de tornar possível a realização de atividades interdisciplinares em conexões com outros conteúdos escolares.

4 Aspectos metodológicos

Essa pesquisa teve como participantes alunos do 5º ano do Ensino Fundamental (EF) da rede púbica de ensino. Como instrumento de pesquisa utilizou-se um teste de conhecimentos geométricos: figuras planas e tridimensionais (conteúdo previsto nos PCN e na BNCC para os anos iniciais do EF).

Os dados coletados foram analisados com base na teoria do casal Van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, propiciando assim, evidenciar os níveis de pensamento geométrico e fases de aprendizagem em que os alunos se encontravam.

4.1 Problema de pesquisa

Diante da situação do ensino da Matemática, no qual a maioria das escolas brasileiras apresenta grandes dificuldades, comprovadas por meio das avaliações de larga escala de procedência Estaduais e Federal, tendo a geometria como um conteúdo de pouco acesso por parte dos alunos, buscou-se, a partir do problema de pesquisa central deste estudo, analisar a situação do conhecimento geométrico de estudantes da etapa final dos anos iniciais do Ensino Fundamental, visando responder ao seguintes questionamento:

- Alunos do 5º ano do EF da rede pública possuem conhecimentos adequados sobre os conteúdos de geometria? Em qual nível de Van Hiele os participantes estariam mais concentrados?

4.2 Participantes

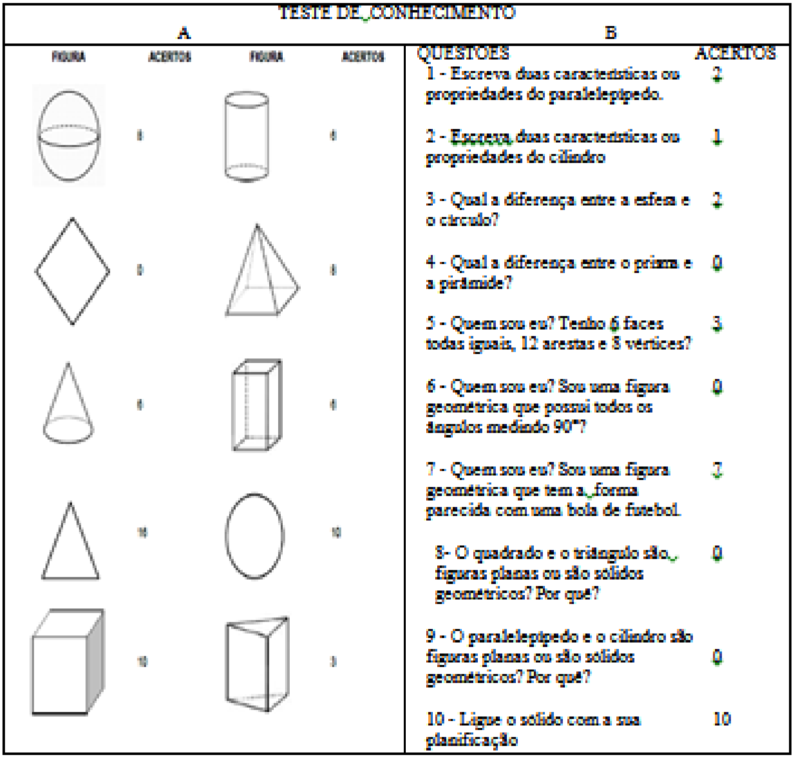
Participaram da pesquisa 24 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, sendo 16 do gênero masculino e 8 do gênero feminino, com idades entre 9 e 10 anos, todos estudantes de uma escola municipal do interior do Estado de São Paulo.

A escolha por participantes do 5º ano do Ensino Fundamental deu-se ao fato de estarem cursando o último ano do primeiro ciclo de escolarização. Nessa circunstância, segundo os referenciais pedagógicos atuais, já deveriam ter passado por algum processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos, e estarem alfabetizados e familiarizados com os conceitos utilizados na pesquisa.

4.3 Instrumento para a coleta de dados

O instrumento para coleta de dados foi um teste de conhecimento com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação a alguns conteúdos geométricos, bem como identificar a fase dos alunos em relação ao pensamento geométrico segundo a escala proposta pela teoria Van Hiele (1986). Este teste foi composto por 20 questões envolvendo conhecimentos sobre figuras planas e tridimensionais, divididos em duas etapas: “A” com o objetivo de identificar o nome da figura, e “B” com o objetivo de relacionar a figura com suas características e propriedades. O Quadro 2 apresenta um dos testes utilizados na pesquisa de Souza (2018).

Quadro 2 – Exemplo de teste utilizado na pesquisa de Souza (2018a).



TESTE DE CONHECIMENTO

A

FIGURA	ACERTOS	FIGURA	ACERTOS
	[illegible]		[illegible]
	[illegible]		[illegible]
	[illegible]		[illegible]
	10		10
	10		[illegible]

B

QUESTÕES	ACERTOS
1 - Escreva duas características ou propriedades do paralelepípedo.	2
2 - Escreva duas características ou propriedades do cilindro	1
3 - Qual a diferença entre a esfera e o círculo?	2
4 - Qual a diferença entre o prisma e a pirâmide?	0
5 - Quem sou eu? Tenho 6 faces todas iguais, 12 arestas e 8 vértices?	3
6 - Quem sou eu? Sou uma figura geométrica que possui todos os ângulos medindo 90°?	0
7 - Quem sou eu? Sou uma figura geométrica que tem a forma parecida com uma bola de futebol.	7
8- O quadrado e o triângulo são figuras planas ou são sólidos geométricos? Por quê?	0
9 - O paralelepípedo e o cilindro são figuras planas ou são sólidos geométricos? Por quê?	0
10 - Ligue o sólido com a sua planificação	10

Fonte: Adaptado de Souza (2018a).

5 Análise dos dados

Para análise de dados foi utilizada a teoria dos Van Hiele (1986) sobre o pensamento geométrico, os quais são classificados em cinco níveis: 1. Reconhecimento; 2. Análise, 3. Síntese ou abstração, 4. Dedução e 5. Rigor. No entanto, identificamos os alunos em duas etapas de conhecimento:

- Nível 0 - Não conseguiu atingir a fase 1 (reconhecimento) previsto na teoria dos Van Hiele;

- Nível 1 - Referente à fase 1 da teoria de Van Hiele (reconhecimento); no qual os alunos deverão ser capazes de reconhecer e nomear figuras geométricas.

O resultado observado com a pesquisa mostrou que apenas 16,66% dos alunos investigados conseguiram chegar ao nível 1 da teoria Van Hiele. A grande maioria ficou classificada no nível 0 (O nível zero foi inserido para classificar os alunos que não tinham chegado ao nível 1 de Van-Hiele)

Diante desses dados, pode-se dizer que mais de 83,33% dos estudantes do 5º ano investigados não reconheciam as figuras geométricas com base em sua aparência global e não tinham condições de utilizar o vocabulário geométrico. Consequentemente, não demonstraram conhecimentos para resolver situações-problema geométricas, surgindo assim, a necessidade de rever esses conteúdos didáticos, a ação do professor e propor novas estratégias e recursos didáticos. Os erros dos alunos demonstrados nessa pesquisa se constituíram em um caminho para nortear os passos para a elaboração do produto educacional apresentado neste trabalho, em busca de uma qualidade melhor de ensino da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

5.1 Análise dos erros

Realizando uma análise qualitativa da parte “A” do teste, formada por 10 figuras nas quais os alunos deveriam identificar seus respectivos nomes geométricos, foi possível observar que a grande maioria dos alunos (42,5%) deixou essas questões em branco devido ao fato desse conhecimento ser algo inexistente para eles. Na verdade, os estudantes do 5ºano que deixaram as questões em branco, sabiam que existia um nome específico para cada figura, no entanto, o nome correto não estava disponível na memória deles naquele momento e optaram por deixar a questão em branco. Ficou evidente que em algum momento, na trajetória escolar, tiveram o acesso a esse conhecimento, mas pode não ter sido significativo; 27,0 % dos alunos nomearam as figuras com um vocabulário incorreto no campo da geometria (bola, dado, chapéu, entre outros, ou fizeram confusão entre figuras planas e tridimensionais). Essa parte foi aquela em que tivemos o maior número de acertos: 6 crianças, das 24 investigadas, acertaram mais de 50,0% do teste de maneira plenamente correta.

Outro fato relevante que é possível observar com a análise dos erros dos nomes das figuras geométricas refere-se ao fato dos alunos mencionarem as partes planas das figuras tridimensionais, ficando claro que o conhecimento sobre figuras planas dessa turma do 5º ano é maior que o conhecimento sobre figuras tridimensionais.

Analisando, de modo geral o teste de conhecimento parte "B", que tinha como objetivo analisar as figuras de acordo com suas propriedades, comparando-as e resolvendo situações-problema utilizando os conhecimentos sobre as propriedades das figuras, foi possível observar que a quantidade de respostas em branco foi maior que da parte A (62,9%). Mas, ao contrário da parte "A", essas questões foram deixadas em branco por exigirem um conhecimento que, provavelmente, os estudantes ainda não tinham desenvolvido. Os termos, características e propriedades das figuras parecem não terem sido desenvolvidos por parte desses alunos. Conceitos de figuras espaciais e planas também não faziam parte do conhecimento da grande maioria dos alunos.

Na realidade, esta pesquisa verificou que o objetivo de analisar as figuras de acordo com as suas propriedades não foi atendido devido ao conhecimento que eles tinham sobre figuras geométricas ter sido adquirido apenas pela visualização de figuras, sem ter relação com seus atributos e conceitos.

Del Grande (1996) afirma que, nos anos iniciais, o trabalho com a geometria deve levar o aluno a reconhecer figuras, suas relações e suas propriedades, dentro de um processo interligado onde o aluno tenha melhores possibilidades de desenvolver a percepção visual do todo.

Os resultados dessa pesquisa corroboram aqueles encontrados por Pirola (1995) e Proença (2008) que também mostraram que alunos do Ensino fundamental e Médio tinham dificuldades para nomear as figuras geométricas, bem como identificar suas propriedades.

Os erros apresentados pelos participantes dessa pesquisa, também foram detectados em professores do ciclo de alfabetização, como mostram os trabalhos de Silva (2016) e Silva (2018a).

Diante desses dados, propôs-se que, no produto educacional, fruto deste estudo, abordasse conteúdos ligados às figuras planas e tridimensionais, bem como, suas propriedades, características e conceitos, sendo realizado em um processo de ensino-aprendizagem que gerasse um aprendizado real e significativo ao aluno, propiciando o crescimento no desenvolvimento do pensamento geométrico , que contemplasse a união do conhecimento teórico aos do cotidiano em que o aluno está inserido, podendo possibilitar assim, melhores condições de aprendizagem.

Buscando superar tais dificuldades, percebemos a necessidade de construir um recurso didático contextualizado ao cotidiano do aluno, que possibilitasse a aquisição de conceitos geométricos e o desenvolvimento do raciocino geométrico por meio de um material de fácil acesso, tanto para o aluno como para o professor.

6 **Produto educacional:** HQ como recurso didático para o ensino da geometria

Após essa pesquisa de campo, com alunos do 5º ano do EF foi possível observar que naquele momento, esses alunos que já vivenciaram cinco anos no Ensino Fundamental e pelo menos dois na Educação Infantil. Mesmo com certa bagagem de estudos, apresentaram sérias dificuldades e ausências de conhecimento referentes aos conteúdos de Espaço e Forma.

Souza (2018a) destaca que, com esses resultados mostrados pela pesquisa, ficou evidente que os alunos não possuíam determinados conceitos de figuras geométricas, confundiam figuras planas com tridimensionais, não conheciam o vocabulário geométrico sendo impossível resolver problemas explorando conceitos de atributos e propriedades das figuras planas e tridimensionais. Buscando superar tais dificuldades, percebemos a necessidade de construir um recurso didático contextualizado ao cotidiano do aluno, que possibilitasse a aquisição de conceitos e o desenvolvimento do raciocino geométrico por meio de um material que fosse motivador ao aluno e professor.

Baseando-se nestes aspectos, considerando a HQ como um recurso didático de sucesso, reconhecido por sua eficácia no campo educacional, possibilitando a aquisição de conceitos e utilizando habilidades visuais, citado por vários pesquisadores como Eisner (1989) e Carvalho (2006), foi construída uma HQ, tendo destaque os seguintes aspectos:

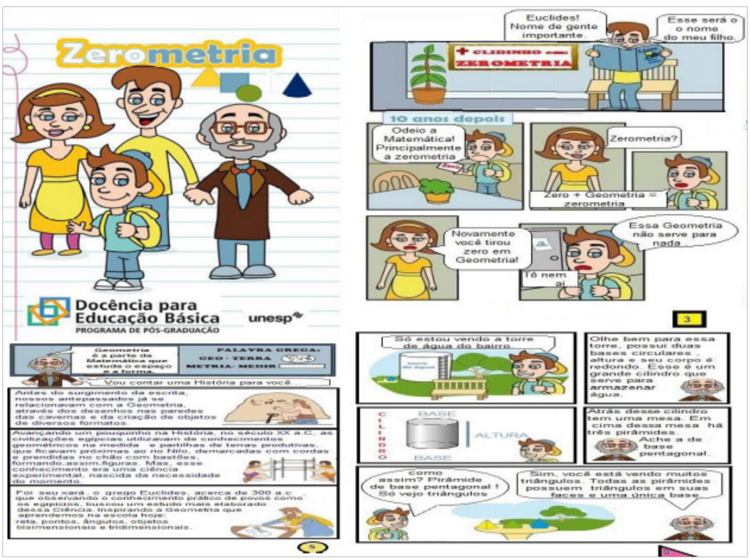
- Conhecimento sobre os conceitos da geometria e o vocabulário geométrico;
- Conhecimento e conceitos sobre figuras planas e tridimensionais (conceito de aresta, vértice, face e ângulo);
- Habilidades geométricas na resolução de situações-problema envolvendo conceitos e propriedades geométricas.

Conforme já explanado neste artigo, o recurso da HQ tem grandes possibilidades de atender aos requisitos de aquisição de conceitos, desenvolver habilidades visuais, propor situações-problema e possibilitar o desenvolvimento do pensamento geométrico, com um enredo e cenários criados para atender o contexto social da geometria e dos alunos, tendo grandes possibilidades de sucesso no processo de ensino e aprendizagem de forma significativa.

De acordo com Souza (2018a), a construção da HQ foi pensada nos personagens e no local aonde iria se desenrolar a história. Devido ao fato de essa pesquisa ter como público alvo alunos do 5º ano, o personagem principal teria que ser um garoto com a faixa etária dos alunos da pesquisa e também cursando o 5º ano, que vivesse em uma cidade que atendesse as mesmas características de onde foi realizada a pesquisa e que seu círculo de convivência fosse pessoas comuns do interior de São Paulo. Desta forma, esse recurso didático poderia possibilitar que os alunos tivessem maior interesse em conhecer a HQ, sendo algo que ele se identifique.

Souza (2018a) elaborou o enredo de acordo com o vocabulário usual da geometria, apresentando ações dinâmicas dos personagens que envolveram desafios e brincadeiras. Outro ponto relevante, que ficou evidente ser algo desconhecido para os alunos, foram as características de figuras planas e tridimensionais, principalmente demonstrando a confusão entre as faces das figuras tridimensionais e as figuras planas (ex: pirâmide era nomeada de triângulo, cubo, de quadrado, o prisma de base triangular, também de triângulo, entre outros).

Os conceitos de aresta, vértices, faces e ângulo também foram explicados ao decorrer da história, através de situações-problema. As ilustrações, algo de bastante impacto na HQ, foram elaboradas com a finalidade de motivar os alunos e de facilitar o entendimento de conceitos e também possibilitar a utilização das habilidades visuais que fazem parte dos conhecimentos geométricos. A seguir, apresentamos uma parte da HQ.



Fonte: SOUZA (2018b).

Considerações finais

Os resultados dos estudos de Souza (2018a) possibilitaram observar a realidade no chão da sala de aula, com um olhar de pesquisador, com foco na investigação e na percepção.

O pensamento geométrico foi apontado como algo que permite compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive, sendo foco principal da pesquisa baseada no conteúdo de geometria. Para melhores condições de entendimento do pensamento geométrico, buscamos na teoria de Van Hiele (1986), de desenvolvimento do pensamento geométrico, que propiciou saberes sobre os níveis de pensamento geométrico e fases de aprendizagem. Com esses conhecimentos realizamos os testes da pesquisa, que permitiram identificar os possíveis níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico que os alunos se encontravam, sendo que a maioria ficou restrita ao nível zero (anterior ao nível 1 de Van Hiele).

Buscando atender as necessidades de proporcionar o desenvolvimento do pensamento geométrico, encontramos a HQ como um recurso didático facilitador do processo de ensino-aprendizagem, que atende as características de ser um material de fácil acesso para o professor e para o aluno, no qual se trabalha com habilidades visuais (essenciais para a geometria), propicia a aquisição de conceitos em um cenário contextualizado e significativo.

A HQ, intitulada de "Zerometria", possui em seu enredo conceitos geométricos de figuras planas e tridimensionais, com a base no modelo Van Hiele e os conteúdos geométricos previsto nos PCN (BRASIL, 1997) e na BNCC (BRASIL, 2018). Esse recurso didático possui uma linguagem acessível ao aluno e com estratégias de ensino e aprendizagem significativas, sendo uma proposta para um possível avanço no desenvolvimento do pensamento geométrico.

O produto educacional em destaque não foi aplicado durante a pesquisa, no entanto, a HQ foi criada levando-se em consideração, atender as dificuldades apontadas durante a pesquisa com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de forma contextualizada, rica em conceitos geométricos, com vocabulário adequado da geometria e com atividades desafiadoras.

Por fim, por meio dessa pesquisa foi possível detectar uma fragilidade educacional no campo da geometria, sendo que as possíveis causas podem decorrer da má formação dos professores, desencadeando outros fatores: aulas reduzidas desse conteúdo, metodologias não contextualizadas, a falta da exploração de habilidades de racionar e o desrespeito ao desenvolvimento do pensamento geométrico. Percebe-se, dessa forma, a necessidade de mais estudos sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental e novas propostas de recursos didáticos que amparem o professor na tarefa de ensinar, caminhando assim, para uma educação de qualidade na área da geometria, que permita o desenvolvimento de competências e habilidades múltiplas utilizadas não só na geometria ou na Matemática, mas, presentes em diversas áreas de conhecimentos e na vida cotidiana.

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional. Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2017.

CARVALHO, DJota. **A educação está no Gibi**. Campinas: Papirus, 2006.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery SHULTE, Albert A. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994, p.1-19.

DEL GRANDE, John J.. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST Mary Montgomery; SHULTE, Albert A. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual. 1994, p.156-167.

EISNER, Will. **Histórias em quadrinhos e arte sequencial**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

MENDONÇA, R. H.; LUYTEN, S. M. B.; LOVETRO, J. A. História em quadrinhos: um recurso de aprendizagem. **Salto para o Futuro**. Rio de Janeiro, ano XXI, boletim 1, p. 1-26, abr. 2011.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Carmen Lucia. Brancaglion. **A Geometria nas Séries Iniciais:** Uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino de geometria no Brasil:** uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PIROLA, Nelson Antônio. **Um estudo sobre a formação dos conceitos dos triângulos e paralelogramos em alunos do primeiro grau**. 1995. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

PIROLA, Nelson Antônio. **Contribuições de pesquisas em Psicologia da Educação Matemática para o ensino da Matemática escolar.** 2013. 245 f. Tese (Livre-Docência em Educação Matemática). FC/UNESP, Bauru, 2013.

PIROLA, Nelson Antônio; TORTORA, Evandro. Geometria e Educação Infantil: um olhar sobre o desenvolvimento de habilidades geométricas. **Cadernos de Docência na Educação Básica**. 1ed.São Paulo: Cultura Acadêmica, 2013, v. 2, p. 85-96.

PROENÇA, Marcelo Carlos. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio.** 2008. 200 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP, Bauru, 2008.

SILVA, Bruna Albieri Cruz**. Geometria no ciclo de alfabetização**: um estudo sobre as atitudes dos alunos do ciclo de alfabetização diante da geometria e suas relações com a aprendizagem. 2016. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP, Bauru, 2016.

SILVA, Gilmara Aparecida. **O conhecimento declarativo do professor alfabetizador no ensino de geometria**. 2018. 203f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP, Bauru, 2018.

SIQUEIRA, Izabella Godiano. **Desenvolvimento do pensamento geométrico na Educação Infantil:** teorias e práticas. 2019. 125f. Dissertação (Mestrado em Docência para a Educação Básica). Pós-Graduação FC/UNESP, Bauru, 2019.

SOUZA, Patrícia Priscilla Ferraz da Costa. **O desenvolvimento do pensamento geométrico**: uma proposta de recurso didático por meio da HQ. 2018. 146f. Dissertação (Mestrado em Docência para a Educação Básica). Pós-Graduação FC/UNESP, Bauru. 2018a.

SOUZA, Patrícia Priscilla Ferraz da Costa**. Uma história em quadrinhos como possibilidade de aprendizagem de conteúdos de espaço e forma nos anos inciais do ensino fundamental.** Produto Educacional. Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru, 2018b. Disponível em: https://www.fc.unesp.br/Home/ensino/

pos-graduacao/programas/mestradoprofissionalemdocenciaparaaeducacaobasica/produtoversao-final-26.4-pdf.pdf. Acesso em 14 jun. 2020.

VAN HIELE, Pierre M. **Structure and Insight** - A Theory of Mathematics Education. Orlando: Academic Press, 1986.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais:** um estudo das habilidades e dos níveis de conceito. 2000. 249p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Campinas. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: VISÃO E APLICAÇÃO

Dhiego Vieira do Amaral

1 Apresentação

O Ensino de Matemática desenvolvido nas escolas brasileiras tem sido alvo de críticas ao longo dos anos. Os baixos níveis de aprendizagem, índices de retenção, insatisfação e atuações insatisfatórias em testes educacionais, como o PISA, por parte dos nossos alunos, são indícios da existência de um método deficitário no processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Assim, em uma perspectiva educacional, na qual o valor e a importância dos conhecimentos mudam rapidamente, as aulas, nas quais os discentes apenas reproduzem o que os professores "ensinam", têm se mostrado insuficientes para atender as demandas sociais impostas por esse mundo globalizado e tecnológico.

Com isso, em combate a esses desafios educacionais e na busca de mudar e melhorar o ensino de matemática, diversos estudos foram e são desenvolvidos por pesquisadores para tornar as aulas dessa área do conhecimento mais interessantes para os alunos e, desse modo, melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

Dentre as inúmeras propostas, está a que incentiva a criação do Laboratório de Ensino de Matemática – LEM, haja vista, que este é um espaço dentro da escola que oferece suporte ao docente no desenvolvimento das suas aulas. Além disso, como bem explicita Varizo e Civardi:

> Sob a égide da concepção da "Pedagogia da ação", desponta a ideia de se ter um laboratório de matemática na escola do ensino elementar e secundário de modo a oferecer aos estudantes oportunidade de desenvolverem experiências matemáticas (VARIZO; CIVARDI., 2011, p. 23).

O LEM é um ambiente que deverá ter um acervo de materiais didáticos e paradidáticos, computadores, jogos matemáticos, além de outros equipamentos e artefatos que irão contribuir para um trabalho docente bem executado. Enfim, é o espaço da escola, no qual se respira matemática, pois lá o professor terá acesso a materiais que possa tornar suas aulas mais produtivas e os alunos estarão em um lugar, onde poderá fazer a ligação entre conceitos teóricos e práticos, ou abstratos e concretos.

Desse modo, é notório que o LEM quando encarado de forma séria, a partir de um trabalho integrado e bem planejado aos conteúdos trabalhados em sala de aula, pode ser um grande facilitador no ensino de matemática, permitindo outras possibilidades de trabalho para o professor, bem como, contribuirá de forma contundente para a construção do conhecimento por parte dos estudantes. Nesse sentido, pode ser observado que,

> O LEM contribui para que o professor encontre formas diferentes de abordar um conteúdo específico ou mesmo que o estudante possa trabalhar com atividades que explorem aspectos da história, da cultura, da dinâmica e dos padrões de regularidade e forma, presentes na Matemática, compreendendo alguns dos processos que conduziram o homem a desenvolverem-se em sociedade (SILVA, 2012, p. 47-48).

Logo, diante do exposto, o presente trabalho que tem sua gênese na nossa pesquisa de mestrado (AMARAL, 2016), na qual verificamos e analisamos a importância e as contribuições do trabalho com o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), através da utilização dos materiais disponíveis no Laboratório Interativo de Matemática (LIM), buscará fazer uma discussão sobre os desafios do ensino de matemática, a importância da implantação de um laboratório de matemática nas escolas e por fim analisar uma das atividades que foram desenvolvidas no trabalho originário.

2 Desafios e perspectivas para o ensino de matemática

Na medida em que acontece uma evolução social e que são lançados novos desafios as nossas escolas no que tange à formação dos nossos jovens, é importante que este espaço institucional, no qual os alunos irão adquirir uma formação social, crítica e cultural esteja em constante processo de renovação e evolução.

Atualmente as exigências que são direcionadas às nossas instituições educacionais ultrapassam o simples ensino de conteúdo, visto que, busca-se que as nossas escolas consigam preparar os nossos estudantes com uma formação tanto de conteúdo do currículo escolar, quanto com uma educação cultural e de valores, como bem explicita Sadovsky (2010, p. 12): “a escola pode ser um espaço onde os alunos aprendem a desfrutar da cultura”. Assim,

> A escola com que sonhamos é aquela que assegura a todos a formação cultural e científica para a vida pessoal, profissional e cidadã, possibilitando uma relação autônoma, crítica e construtiva com a cultura em suas várias manifestações: a cultura provida pela ciência, pela técnica, pela estética, pela ética, bem como pela cultura paralela (meios de comunicação de massa) e pela cultura cotidiana (LIBÂNEO, 2002, p. 7).

Deste modo, sabemos que "a educação é encarada como esperança de futuro" (CANDAU, 2007, p. 11), e que ela é o principal caminho para se obter sucesso nessa sociedade, na qual estamos inseridos. Sendo assim, fica claro que, "as novas demandas sociais educativas apontam para a necessidade de um ensino voltado para a promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de ação, reflexão e crítica pelo aluno" (LORENZATO, 2006, p. 40).

Em vista disso, diante do exposto, é notório que em um mundo globalizado, transnacional, nossos alunos precisam estar preparados para uma leitura crítica das transformações que ocorrem em escala mundial, pois de acordo com Libâneo (2002):

> Num mundo de intensas transformações científicas e tecnológicas, precisam de uma formação geral sólida capaz de ajudá-los na sua capacidade de pensar cientificamente, de colocar cientificamente os problemas humanos. Por outro lado, diante da crise de princípios e valores, resultante da deificação do mercado e da tecnologia, do pragmatismo moral ou relativismo ético, é preciso que a escola contribua para uma nova postura ético-valorativa de recolocar valores humanos fundamentais como a justiça, a solidariedade, a honestidade, o reconhecimento da diversidade e da diferença, o respeito à vida e aos direitos humanos básicos, como suportes de convicção democrática (LIBÂNEO, 2002, p. 8-9).

Em vista disso, podemos observar que para as nossas escolas conseguirem atingir esses objetivos que lhe são exigidos é basilar que seja desenvolvido um ensino com significado nas salas de aula, ou seja, deve ser feito um trabalho de ampliação das ideias que já são do domínio do aluno, de forma que essas se relacionem e favoreçam a captação de novos conhecimentos. Já que,

> Um dos grandes desafios educacionais é a reestruturação da escola, a fim de proporcionar a todos os alunos a oportunidade de aprenderem significativamente os conteúdos curriculares e mudar o atual quadro devastador, dando lugar ao desenvolvimento da inteligência dos aprendizes e consequente formação de pessoas que saibam discernir, escolher e decidir (TURRIONE, 2004, p. 1).

Dessa forma, quando falamos que é papel da escola realizar um ensino com significado, estamos querendo dizer que é imprescindível trabalhar com os conteúdos de forma que esses expandam o saber do discente, além de representarem uma ferramenta para a resolução de problemas que possam surgir nas mais variadas situações da vida, uma vez que,

> [...] é papel da escola desenvolver uma educação que não dissocie escola e sociedade, conhecimento e trabalho e que coloque o aluno ante desafios que lhe permitam desenvolver atitudes de responsabilidade, compromisso, crítica, satisfação e reconhecimento de seus direitos e deveres (BRASIL, 1998, p. 27).

Do mesmo modo, é importante ressaltar que as exigências destinadas as escolas, no que diz respeito a formação dos discentes, também tem como alvo, os docentes. Em razão de, diante de tudo que já foi falado, é perceptível a necessidade de que os nossos mestres desenvolvam um bom trabalho em sala de aula, no que tange a formação dos educandos como seres críticos e ativos em comunidade. Até porque, “[...] as tarefas de educar e ensinar somente ganham sentido se elas se transformam em meios de desenvolvimento da atividade dos alunos” (VARIZO; CIVARDI, 2011, p. 9).

Por isso, a mudança de posicionamento ou participação do professor é primordial para a renovação do ensino que hoje é desenvolvido em nossas escolas. O educador deverá atuar como um mediador na relação entre aluno e conhecimento, deixando assim de ser o único indivíduo ativo no processo de ensino e aprendizagem e passando a ser um criador de oportunidades e caminhos para que o aluno participe ativamente desse processo e seja um ser autônomo na construção do próprio conhecimento. Desse modo,

> É preciso entender que a sociedade atual continua em constante processo de transformação e que, desta forma, professor e escola precisam entender estas modificações, que exigem do professor um repensar sobre o seu fazer em sala de aula, a forma como abordar e conduzir sua prática diária, fundamentada teoricamente no modo como atuamos e compreendemos o processo de ensino e aprendizagem. Isto permite que o professor possa dar continuidade ao seu processo de formação para poder se adaptar e trabalhar melhor, dentro da realidade em que está inserido, podendo observar e refletir sobre o seu fazer pedagógico de modo a agir como um pesquisador de sua própria realidade (SILVA, 2012, p. 23).

Isto posto, é vital que o docente transcenda o ato de transmitir conteúdo, através de definição, exemplificação e aplicação de exercício. Dado que, de acordo com Libâneo (1994, p. 16), "[...] a atividade principal do profissional do magistério é o ensino, que consiste em dirigir, organizar, orientar e estimular a aprendizagem escolar dos alunos".

Logo, aulas, em especial de matemática, nas quais aprende-se apenas a aplicação de fórmulas e repetir procedimentos de maneira mecânica, mas sem saber utilizar conhecimentos para resolver problemas com os quais venha a se deparar, deverão ser repensadas e reestruturadas. Porquanto, seguindo esse pensamento Sadovsky (2010, p.7-8), diz: "Afinal, para produzir um conhecimento de boa qualidade não basta conhecer truques e fórmulas matemáticas memorizadas". Além disso, como bem explicita Lorenzato (2008):

> O sucesso ou o fracasso dos alunos diante da matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a matemática e os alunos. Por isso, o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos (LORENZATO, 2008, p. 1).

Portanto, é de interesse urgente, que os professores repensem seus métodos de aplicação e explanação de conteúdo, bem como, aprofunde estudos, pesquisas, sobre novas maneiras de abordar assuntos em sala, e por fim, faça uso de metodologias que apresentem a matemática, aos estudantes, como algo dinâmico e em constante construção e não como uma área do conhecimento estática que está distante de sua realidade.

3 Laboratório do Ensino de Matemática: potencialidades e cuidados

O Laboratório de Ensino de Matemática é um espaço educacional existente dentro da escola, com um grande potencial metodológico para colaborar com a melhora do processo de ensino e aprendizagem. Segundo Lorenzato (2006, p. 6): "[...] o laboratório de ensino é uma grata alternativa metodológica porque, mais do que nunca, o ensino da matemática se apresenta com necessidades especiais e o LEM pode e deve prover a escola para atender essas necessidades".

Dessa forma, é interessante observar que este recurso metodológico é um valoroso colaborador para a construção do conhecimento matemático, pois pela sua característica de multifuncionalidade e pelo acervo de materiais didáticos que oferta, ele contribui para o trabalho e apresentação de uma matemática dinâmica e aplicável no dia a dia. Além disso, Varizo e Civardi (2011), argumenta que:

> Do ponto de vista da pedagogia, o Laboratório de Educação traz uma contribuição inestimável à formação de professores e à prática docente. Ao possibilitar a junção entre o conhecimento pedagógico e o conhecimento disciplinar, propicia nos licenciados e professores das redes de ensino não só um conhecimento mais aprofundado do conteúdo, mas principalmente, o conhecimento pedagógico do conteúdo. E o que é mais importante: possibilita o enriquecimento e a diversificação das práticas de ensino, seja no próprio campo conceitual, seja na vivência de estratégia ligadas às tecnologias, mídias e outras práticas fora da escola. Assim ocorrendo, ajuda os futuros professores, bem como os que já atuam nas redes de ensino, em especial, na organização das condições da ação docente favorecedoras da relação ativa do aluno com o conhecimento (VARIZO; CIVARDI., 2011, p. 8).

Assim sendo, é importante salientar que o LEM tem uma dupla função. Por uma vertente ele contribui para a ação docente, subsidiando o educador com diferentes materiais, diversificados recursos metodológicos, e desse modo, contribuindo para uma variedade de formas de aplicação e abordagem dos conteúdos, como bem explicita Lorenzato (2006, p. 7), que diz: "o LEM, mesmo em condições desfavoráveis, pode tornar o trabalho altamente gratificante para o professor [...], se o professor possuir conhecimento, crença e engenhosidade".

Da mesma maneira, o LEM, participa positivamente no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, gera uma consolidação no respeito a individualidade do estudante, aguça a curiosidade do discente e o seu desejo de investigar, moldando assim, o seu jeito de pensar e realizar, ou seja, o jovem aprendiz se torna um ser ativo na construção do seu conhecimento. Em harmonia ao que foi dito, Benine (2006), diz:

> Outra questão está em que o objetivo do laboratório não é criar novas teorias ou obter resultados inéditos para a matemática, mas propiciar aos alunos meios para que eles compreendam melhor a Matemática já existente, isto é, prezar o encontro da teoria com a prática. [...] já que o que se pretende é o desenvolvimento de estratégias que permitam uma melhor qualidade de aprendizagem, no processo de construção do conhecimento dos alunos, por meio de experimentos e tendo-se como principal objetivo colocar em prática os processos de reflexão, as comparações, as relações e associações (BENINI, 2006, p. 80).

Porém, diante de todo o exposto, é crucial entender que a utilização deste recurso deverá ser feito a partir de um profundo estudo e planejamento, dado que a aplicação errada poderá não surtir os efeitos positivos previstos para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, limitará as suas potencialidades, e ao mesmo tempo criará algumas dificuldades, o que será extremamente nocivo para a relação aluno e conhecimento.

Diante desse aspecto, é *sine qua non* a superação da concepção e utilização do LEM como um mero deposito de materiais, ou uma sala qualquer, que não possui função prática e metodológica alguma. Isto posto, é imprescindível notar que, "O LEM se constitui como um [...] espaço de investigação, planejamento, pesquisa e exploração dos conteúdos matemáticos" (SILVA, 2012, p. 45).

Consequentemente, podemos aferir que o Laboratório de Matemático é o espaço ideal, existente na escola, para o professor desenvolver suas atividades, já que este ambiente terá como principal potencialidade, favorecer e propiciar ao docente uma vasta gama de opções para trabalhar os conteúdos matemático. A vista disso, Varizo e Civardi. (2011), argumenta que,

> O laboratório é, sim, um espaço físico, institucional, onde alunos podem acessar acervos de livros, vídeos, revistas e ainda lidar com equipamentos, materiais didáticos etc. Ademais, tem também como suporte a ideia de formação e desenvolvimento humano e profissional, na qual estão presentes a criatividade, a discussão coletiva, a estética no fazer, a flexibilidade situacional ante o imprevisível e o incerto, num clima de abertura e respeito às diferenças [...] (VARIZO; CIVARDI, 2011, p. 11).

De modo igual, vale ressalvar que, para esse trabalho surtir os efeitos desejados e almejados, o professor deverá encarar o LEM não como uma solução geral para todos os possíveis problemas que possam surgir, mas como um meio para superar algumas dificuldades e auxiliá-lo no processo de ensino e aprendizagem. Pois, como bem destaca Lorenzato (2006, p. 13): "[...] o LEM [...] não é um caminho para todos os momentos da prática pedagógica [...]".

É de fundamental interesse, também salientarmos, que apesar de todas as contribuições que o LEM pode dar ao docente no momento da exposição dos conteúdos de matemática e de todas as suas potencialidades, ele deve ser encarado de forma séria e com cautela, o trabalho nesse espaço solicita que o docente que se aventurar em trabalhar com este recurso esteja preparado por completo, isso quer dizer, que ele precisa estar seguro a respeito do conteúdo que irá desenvolver e também esteja hábil a trabalhar com as alternativas que o LEM lhe proporciona.

Portanto, baseado nas ideias de Lorenzato (2008), para que seja alcançado um resultado positivo com esse trabalho, é imperioso que os professores de matemática conheçam a fundo toda a concepção de LEM, e acabem com a ideia de que este espaço deve ser encarado apenas como um ambiente no qual devem ser guardados os materiais que são trabalhados em sala, ou que o laboratório serve apenas para trabalhar com materiais didáticos manipuláveis (MDM). Consoante a esta visão, Silva (2012) argumenta que:

> Defendemos a concepção de que ensinar e aprender Matemática com maior aproveitamento na educação básica precisa ser encarado pelos profissionais da área como um fator indicativo de mudanças no processo, que envolve seu ensino e a aprendizagem, atualmente. A utilização do LEM apresenta-se, portanto, como um local de articulação das atividades pedagógicas da sala de aula, viabilizando a produção de material didático pedagógico, o planejamento de atividades a serem realizadas, de pesquisas a fontes de pesquisa e do acesso de forma adequada sobre o uso e as limitações do concreto, constituindo-se, desta forma, numa alternativa metodológica no processo de ensino e aprendizagem de Matemática (SILVA, 2012, p.112).

4 Apresentação da atividade

A nossa pesquisa, desenvolvida no ano de 2016, deu origem a dissertação de mestrado de Dhiego Vieira do Amaral, intitulada, "*Reflexões sobre a implantação de um laboratório interativo de matemática* (*LIM*): *limitações, inovações e contribuições*".

Neste estudo, era objetivado verificar e analisar a importância e as contribuições do trabalho com o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), por meio da utilização dos materiais disponíveis no LIM. Assim sendo, buscamos identificar se o Laboratório Interativo de Matemática e a maneira como ele foi inserido nas escolas estava convergente ao que a literatura apresenta sobre a implantação e utilização do LEM nas instituições de ensino.

Para além disso, tentou-se responder a seguinte questão: O que o LIM traz de novidade que não é apresentada na literatura referente ao LEM? Deste modo, procuramos identificar quais potencialidades que o Laboratório Interativo apresentava, bem como analisamos quais são as limitações que este apresenta para o desenvolvimento das aulas de matemática e se este pode, de alguma forma, contribuir de maneira negativa no processo de ensino e aprendizagem.

Logo, diante do exposto, apresentaremos uma das atividades que foram desenvolvidas em aulas de uma turma do 2º ano "A", do Ensino Médio, do turno manhã, em uma escola da rede estadual de ensino da Paraíba.

O trabalho foi desenvolvido com o uso de alguns materiais disponíveis no LIM e era norteada por situações planejadas, que buscavam problematizar os conceitos envolvidos com o conteúdo, mas ao mesmo tempo, avaliar as potencialidades e contribuições que os materiais podem dar ao trabalho do docente, bem como verificar as limitações e se essas poderiam contribuir negativamente no trabalho do professor.

As atividades utilizadas podem ser utilizadas pelos docentes em suas salas de aula. Elas consistem em questionários, nos quais as respostas seriam dadas através do trabalho com os matérias didáticos manipuláveis. O desenvolvimento desse trabalho se dava por meio de discussões, não era fornecida de forma direta as respostas aos alunos, quando surgia alguma dúvida, eles iam ao quadro fazer as apresentações.

Vale salientar que os exercícios trabalhados foram retirados do manual que acompanha o Multiplano e do caderno de atividades "Polígonos e Quadriláteros" e que ambos apresentam um roteiro a ser seguido na aplicação das atividades, mas como a nossa proposta era analisar as potencialidades foram feitas alguns modificações, porém essas alterações são mais no sentido de acrescentar, já que ao nosso ver o material escolhido para ser trabalhado era de boa qualidade e contribui positivamente na aprendizagem dos alunos e no trabalho de professor.

5 Descrição da atividade

Essas duas atividades foram trabalhadas no mesmo dia, porém, caberá ao educador gerenciar o trabalho com elas, se irá aplicar as duas ao mesmo tempo, ou aplicará em momentos diferentes. Elas foram retiradas do manual de apresentação do LIM (FERRONATO, 2012), e objetivam compreender o cálculo da área da circunferência e saber calcular área de polígonos.

Sendo assim, foram utilizados a coleção de formas geométricas e o círculo fracionado. É necessário a utilização dos materiais "Coleção de Formas Geométricas" e "Área de Um Círculo ou Círculo Fracionado", esses produtos estão disponibilizados no acervo do Laboratório Interativo, mas caso o professor não tenha a sua disposição ele poderá construir com os alunos.

FIGURA 1 – Exemplo de atividade.

ATIVIDADES

1 Para calcular o volume de um prisma regular de base hexagonal, necessita-se calcular primeiro a área da base, que é um hexágono regular. Para o cálculo dessa área é importante o aluno verificar que o hexágono regular é formado por 6 triângulos equiláteros:

Com o auxílio do material o professor poderá mostrar essa relação ao aluno, para depois proceder com o cálculo da área do hexágono:

$$\textit{Área do hexágono} = 6 \cdot (\textit{Área de um triângulo equilátero})$$

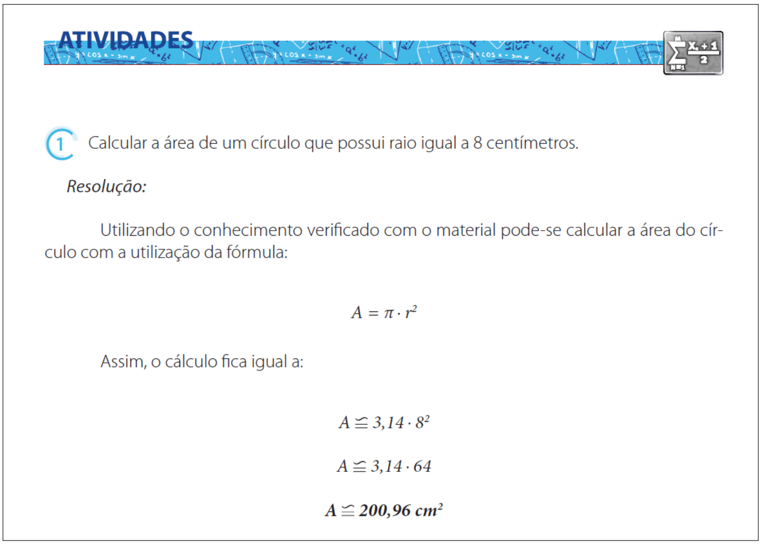
$\textit{Área do hexágono} = \dfrac{6 \cdot \ell^2\sqrt{3}}{4}$, em que ℓ é a medida do lado do triângulo equilátero. Simplificando, temos:

$$\textit{Área do hexágono} = \frac{3 \cdot \ell^2\sqrt{3}}{2}$$

Fonte: Amaral (2016).

Inicialmente o docente entrega a folha de atividade para cada um dos grupos e distribuí os materiais necessários às equipes para serem utilizados na resolução das questões. Em seguida ele marca o tempo para os alunos responderem a folha de atividades utilizando os matérias, vale deixar claro que o professor pode escolher se irá trabalhar um problema por vez, ou todos de uma vez só e que a apresentação da resposta por parte dos alunos é afeita não apenas utilizando o quadro, mas também os MDM que foram a eles entregues. Logo, encerrado o tempo para a obtenção de cada resposta o docente sorteia ou seleciona o componente da equipe que irá fazer a apresentação para todos da sala.

FIGURA 2 – Exemplo de atividade.



ATIVIDADES

1 Calcular a área de um círculo que possui raio igual a 8 centímetros.

Resolução:

Utilizando o conhecimento verificado com o material pode-se calcular a área do círculo com a utilização da fórmula:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Assim, o cálculo fica igual a:

$$A \cong 3,14 \cdot 8^2$$

$$A \cong 3,14 \cdot 64$$

$$\mathbf{A \cong 200,96\ cm^2}$$

Fonte: Amaral (2017).

6 Considerações finais

O estudo aqui apresentado e discutido apresenta o Laboratório de Ensino de Matemática como um ótimo recurso metodológico para a melhora do processo de ensino e aprendizagem. No entanto, apesar do LEM contribuir positivamente na ação do aluno durante a construção do seu conhecimento, buscamos nessa pesquisa mostrar o quanto esse espaço pode ser valoroso para o trabalho docente.

Nesse sentido, através de uma fundamentação em trabalhos desenvolvidos por Lorenzato (2006) e Silva (2012), entre outros, buscamos qualificar o nosso aporte teórico, para desenvolvermos uma análise que possa ter uma aplicação real e qualificada na prática do ensino de matemática.

Isto posto, podemos observar que o LEM é sem dúvida uma alternativa promissora para a melhora da atuação do docente, durante a aplicação de conteúdos de matemática. Porém, como explicitamos no decorrer do texto, é interessante analisar, que apesar de ter inúmeras potencialidades o trabalho com o Laboratório de Matemática deve ser desenvolvido com uma firme base de conhecimento e um planejamento bem estruturado.

Assim, o educador que busca melhorar a realidade do ensino de matemática nas nossas escolas, não deverão utilizar o LEM como um mero deposito, ou um instrumento que leve diversão para os alunos. Pois, ao fazer isso, ele estará limitando as potencialidades deste espaço e ao mesmo tempo, poderá estar criando situações que atinjam negativamente o processo de ensino e aprendizagem.

É importante salientar que o incentivo a construção de um LEM, nas escolas básicas, não está embasado em um pensamento utópico, ou na crença que este será a solução para todos os problemas que possam surgir. Mas, estamos em defesa da construção desta, nas escolas, embasados em nossos estudos e no desenvolvimento do nosso trabalho, pois estes, apontam que esse ambiente educacional é sem sombra de dúvidas um contribuinte de forma positiva para o ensino.

Portanto, a construção e manutenção de um Laboratório de Matemática é um caminho a ser seguido por todos que vislumbram, sonham, ou almejam com um ensino de matemática de qualidade, que tenha aplicação no cotidiano do aluno e que capacita o aluno para intervenções em sociedade.

Referências

AMARAL, Dhiego Vieira. **Reflexões sobre a implantação de um Laboratório Interativo de Matemática (LIM)**: Limitações, inovações e contribuições. 2016. 121f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

BENINI, Marli Balzan Cavalaro. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências**: uma comparação. 2006. 108f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2006.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental**. Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: Secretaria do Ensino Fundamental, 1998.

CANDAU, Vera Maria. Construir Ecossistemas Educativos – Reinventar a Escola. In: CANDAU, Vera Maria. (org.). **Reinventar a Escola**. 5. Ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

FERRONATO, Rubens. **Laboratório Interativo de Matemática**: Ensino Médio. Ekipsul Comércio de Produtos e Equipamentos Ltda. Curitiba: 2012.

FERRONATO, Rubens. **Kit Multiuso de Matemática**. Brink Mobil Equipamentos Educacionais LTDA. Curitiba: 2010.

LIBÂNEO, José Carlos. **Adeus professor, adeus professora?:** novas exigências educacionais e profissão docente. 6. Ed. São Paulo: Cortez, 2002.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção magistério. 2º grau. Série Formação do professor).

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática e Materiais Didáticos Manipuláveis. In: Lorenzato, Sérgio (org.). **O Laboratório de Ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

LORENZATO, Sérgio. **Para Aprender Matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2008, p. 111–112. (Coleção formação de professores)

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios.** 1. ed. Trad. Antonie de Pádua Danesi. São Paulo: Ática, 2010.

SILVA, Rômulo Alexandre. **O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de matemática**. 2012. 125f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba–UEPB, Campina Grande, 2012.

TURRIONE, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação Inicial de professores**. 2004. 163f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista – USP, Rio Claro, 2004.

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. CIVARDI, Jaqueline Araújo. (org.). **Olhares e Reflexões acerca de Concepções e práticas no Laboratório de educação matemática**. Curitiba, PR: CRV, 2011.

SEÇÃO II
SOBRE ÁLGEBRA E SEU ENSINO

ATIVIDADES MEDIADAS PELA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM DO MÉTODO DE AL-KHWARIZMI PARA EQUAÇÕES DO TIPO $x^2 + bx = c$

Leonardo Silva Santos
John Andrew Fossa

1 Apresentação

Atualmente, muito se discute a respeito de como ensinar matemática de forma dinâmica, atrativa e principalmente significativa para os estudantes da escola básica. E como consequência, a proposição de metodologias e/ou recursos metodológicos estão cada vez mais em alta no âmbito da Educação Matemática, todas elas, com o intuito de viabilizar o processo de compreensão dos conceitos matemáticos e de tornar sua aprendizagem cada vez mais interessante, acessível e menos excludente.

Em se tratando de metodologias para o ensino de matemática, várias são as teorias descritas por pesquisadores de renome que apontam para o que chamam: tendências metodológicas em Educação Matemática. Mendes (2008) destaca as seguintes: o uso de Materiais Concretos e Jogos; a Etnomatemática; a Resolução de Problemas como estratégia cognitiva em Educação Matemática; a Modelagem Matemática como representação simbólica do pensamento matemático; o uso da História da Matemática como estratégia de ensino da Matemática escolar; e a Informática e o ensino de Matemática.

Diante disso, neste texto, apresentaremos uma proposta metodológica vinculada a uma das tendências metodológicas que mais nos chamou atenção dentre as citadas acima: o uso da História da Matemática como estratégia de ensino. Esta, embora ainda de maneira tímida, tem ganhado seu espaço nas salas de aula de Matemática e tem dado subsídios suficientes para que a aprendizagem se estabeleça e se amplie, contribuindo para um ensino de matemática eficiente, conforme recomenda os documentos oficiais.

Assim, Santos (2017), em sua pesquisa de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, apresenta uma proposta metodológica buscando viabilizar uma aprendizagem significativa dos métodos de resolução da equação do 2º grau. Este tipo de equação é estudada desde o Ensino Fundamental, mais precisamente no 9º ano, e é possível observar que o estudo deste tópico restringe-se, na maioria das vezes, na aplicação da fórmula de Bhaskara. Com o intuito de esquivar-se dessa monotonia e dar sentido ao estudo desse tópico, nos ancoramos nas contribuições históricas de um famoso matemático árabe conhecido por *Al-Khwarizmi*[9], que, por volta do ano 810 d.C, escreveu importantes trabalhos na área de Aritmética e Álgebra.

A Álgebra de *Al-Khwarizmi* constitui-se como um marco na história da matemática, principalmente pela introdução das técnicas de *restauração* e *balanceamento*. O método de *Al-Khwarizmi* para resolver equações do 2º grau consiste em um método inicialmente retórico, o qual combina processos algébricos e geométricos.

Desse modo, nossa proposta está pautada numa abordagem dos métodos desenvolvidos por *Al-Khwarizmi* através de atividades mediadas pela história do desenvolvimento destes métodos, uma vez que os oportuniza discutir um sentido para a raiz encontrada

9 Matemático árabe que viveu entre os anos de 780 – 850 d. C, conhecido como o pai da Álgebra, em sua principal obra, o *Livro da Restauração e do Balanceamento* apresentou a primeira solução sistemática das *equações lineares* e *quadráticas*.

de cada equação e consequentemente discutir sobre alguns outros métodos de resolução já desenvolvidos.

Nossa proposta se constitui em uma sequência de 12 atividades, as quais objetivam levar os estudantes a perceberem a construção dos métodos e passarem a resolver e compreender as atividades, tornando o estudo deste tópico mais significativo, atraente e prático, ao passo que estão inseridos num ambiente que proporcione vivenciar como a Matemática foi feita em tempos remotos, especificamente, vivenciar o desenvolvimento dos métodos de resolução da equação do 2º grau, desde o método de completar quadrados até a forma resolutiva de Bhaskara.

Enfim, nesse texto trazemos algumas reflexões que venham a contribuir com professores e futuros professores que desejam trabalhar com a História da Matemática, em especial com atividades mediadas pela História da Matemática.

2 História da Matemática para o ensino

Na tentativa de superar as dificuldades relativas aos conteúdos matemáticos por parte dos alunos, a História da Matemática surge no dia a dia do professor como um importante componente que auxilia fortemente no processo de ensino e aprendizagem, pois, quando de posse de uma fundamentação histórica da Matemática, o professor tem em suas mãos uma ferramenta potente para mostrar o porquê de estudar determinados conteúdos, sem a necessidade do uso frequente da memorização e da aplicação mecânica de algorítmicos, e assim, tornar suas aulas mais dinâmicas, atraentes e interessantes para os alunos.

A História da Matemática na sala de aula, segundo Mendes (2006, p. 90), citando Ferreira (1998), é um recurso imprescindível, pois seu uso vai além de um elemento motivador, tornando-se um fator justificante para os porquês conceituais e teóricos da Matemática que, por sua vez, devem ser aprendidos pelos estudantes. Em suma, o uso da História da Matemática se constitui como uma ferramenta de esclarecimento dos conceitos e teorias matemáticas (SANTOS, 2017).

Ainda nessa linha de raciocínio, Mendes (2009) complementa ao reforçar o papel motivador e criativo do uso da história em sala de aula, defendendo que,

> Com essa prática, considero ser possível imprimir maior motivação e criatividade cognitiva às atividades de sala de aula durante nossa ação docente, pois esse modo de conceber o ensino da Matemática pode constituir-se em um dos agentes provocadores de ruptura na prática tradicional educativa vivida até hoje nas aulas de Matemática (MENDES, 2009, p. 76).

Quanto às funções do uso da História da Matemática no ensino, Miguel (1993) contribui com um importante aporte teórico, o qual apresenta e analisa, em sua tese de doutorado, 13 funções pedagógicas do uso da História da Matemática para o ensino. No entanto, nos deteremos em três, as quais foram abordadas no decorrer da elaboração e aplicação de nossa sequência de atividades, a saber: A História da Matemática como Fonte de motivação, como Fonte de métodos adequados de ensino da Matemática, e como Instrumento que promove a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática.

Os defensores da História da Matemática como fonte de motivação defendem que a História da Matemática desperta o interesse dos estudantes para o conteúdo matemático que está sendo ensinado (MIGUEL, 1993). Contudo, é importante ressaltar que, mesmo não dispondo de categorias que permitisse garantir a motivação quanto ao ensino de Matemática, em nosso trabalho, fizemos uso da história nessa perspectiva, desde a elaboração até a aplicação da sequência de atividade (SANTOS, 2017).

Em relação à segunda função acima citada, Miguel (1993), baseado nas ideias de *Klein*, conclui que a dimensão pedagógica da história parece ligar-se à questão da seleção de métodos adequados de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Nesta perspectiva, Jankvist

(2009), ao categorizar os *porquês* do uso da História da Matemática, reforça o argumento de Miguel (1993) quando afirma que a história pode melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática, pois é capaz de mostrar um modo diferente de apresentação dos conteúdos matemáticos do qual os alunos estão acostumados.

Assim, convém ressaltar que, nossa sequência didática, tomou-se como referência a função pedagógica supracitada, pois abordarmos o mesmo conteúdo sob dois enfoques: o método retórico e geométrico de *Al-Khwarizmi*.

Quanto ao uso da História da Matemática como instrumento que promove a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática, os pesquisadores que defendem esta ideia, segundo Miguel (1993), acreditam que através da história, os alunos possam ter uma aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática, na medida em que estabelecem conexões construtivas dos aspectos cotidianos, escolares e científicos.

Nossa sequência de atividades também levou em consideração essa função, uma vez que procuramos dar significado aos métodos de resolução da equação de 2º grau, evidenciando os aspectos históricos, sociais e culturais (SANTOS, 2017) que, por sua vez, vão de encontro com a ideia de Miguel (1993), quando o mesmo afirma que a Matemática é uma atividade humana rodeada de significados.

3 Ensino de Matemática por atividades

O ensino de Matemática por atividades também é uma alternativa metodológica que tem ganhado destaque na área de Educação Matemática e sua eficácia tem sido comprovada em vários estudos da área.

Esta alternativa metodológica é defendida por Mendes e Sá (2006), ao afirmarem que,

> O ensino de Matemática através de atividades pressupõe mútua colaboração entre professor

> e aluno durante o ato de construção do saber, pois a característica essencial desse tipo de abordagem metodológica de ensino está no fato de que os tópicos a serem aprendidos serão descobertos pelo próprio aluno durante o processo de busca que é conduzido pelo professor até que ele seja incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz (MENDES; SÁ, 2006, p. 13).

De maneira mais objetiva, a proposta de ensino de Matemática voltada para o uso de atividades implica na possibilidade de levar o aluno a uma construção constante das noções matemáticas, na medida em que a aula se torna mais dinâmica, participativa, construtiva e, consequentemente, mais significativa.

Nesse sentido, Fossa (2006; 2011) e Mendes (2001) defendem o uso de atividades mediadas pela História da Matemática, pois acreditam que a produção e utilização de atividades à luz da história institui um ambiente provocador e construtivo de conhecimento. Ainda a esse respeito, pode-se dizer que o uso destas atividades produzidas à luz da história conduzirá os alunos a uma compreensão dos conceitos matemáticos revelados no material histórico. Além disso, traz uma dinâmica mais rica, proveitosa e contextualizada para o ambiente de sala de aula.

Nesta perspectiva, Mendes (2001, p. 56) acrescenta afirmando que o uso destas atividades oportuniza o crescimento cognitivo dos estudantes, a interatividade entre o sujeito e o objeto de conhecimento e a sua determinação na busca de construções de ideias.

A promoção da compreensão dos conceitos matemáticos é apontada por Fossa (2011, p. 99) como vantagem do uso da História da Matemática em atividades para sala de aula, e reforça que uma das formas mais eficaz de promoção da compreensão é através da utilização da história na elaboração de atividades construtivistas, proporcionando um ensino eficaz e uma aprendizagem mais sólida para os estudantes, ao passo que são mergulhados na História da

Matemática e levados a reconstruir os passos dados pelos matemáticos antigos de outras épocas.

Em nossa sequência de atividades, quando tratamos dos métodos de resolução da equação do 2º grau, seja na abordagem algébrica ou na abordagem geométrica (usando material concreto), buscamos levar o aluno à redescoberta do conhecimento matemático, corroborando com as ideias de Fossa (2011), quando recomenda que as atividades possam ser desenvolvidas através da manipulação de materiais concretos a partir de um contexto da redescoberta, proporcionando ao aluno uma experiência de participação na pesquisa sobre a matemática real (SANTOS, 2017).

4 Aspectos metodológicos

Como já mencionado, este artigo é resultado de um recorte de nossa pesquisa de mestrado (SANTOS, 2017), na qual foi desenvolvida uma sequência de 12 atividades em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental numa escola estadual do estado da Paraíba. Os sujeitos da pesquisa foram 32 alunos adolescentes na faixa de 13 a 16 anos.

A pesquisa apresentou uma abordagem qualitativa, tendo como foco os dados descritivos. A partir do contato direto com o ambiente de estudo, foi possível a descrição e interpretação dos dados segundo os objetivos da pesquisa, sendo desenvolvida através de intervenções, com a aplicação de atividades mediadas pela História da Matemática. A mesma está de acordo com a abordagem qualitativa, pois utiliza-se de instrumentos próprios dessa abordagem metodológica, como questionário, observações, diário de bordo, entrevista (aconteceu através do diálogo entre o pesquisador e o aluno durante e após a aplicação das atividades) e avaliação final.

No mais, a presente investigação caracterizou-se como sendo do tipo pesquisa ação, pois, por meio de intervenções na sala de aula, procuramos estabelecer uma relação direta entre pesquisadores e sujeitos da situação investigada (THIOLLENT, 2007), buscando uma maior participação de ambas as partes.

4.1 Breve descrição das atividades

Inicialmente, é importante ressaltar que antes da elaboração da sequência de atividades, foi feito um estudo sobre a história da equação do 2º grau, usando fontes secundárias como, por exemplo, livros didáticos e paradidáticos, artigos, teses e dissertações de mestrado nacionais, na sequência foi feito um levantamento teórico necessário e por fim, foi dado início à elaboração das atividades. A seguir, apresentaremos uma breve descrição das atividades selecionadas para esse texto.

A atividade 04, denominada *Quadrados e raízes iguais a números I*, traz a forma retórica e algébrica de resolução da equação do segundo grau desenvolvida por *Al-Khwarizmi*. Mais especificamente, nesta o aluno irá trabalhar com as equações do tipo $x^2 + bx = c$ segundo a técnica utilizada por *Al-Khwarizmi* e, por fim, chegar a uma generalização do método (SANTOS, 2017).

Já na atividade 05, denominada *Quadrados e raízes iguais a números II*, traremos uma abordagem geométrica do método tratado na atividade 04. Nesta o aluno aplica as justificativas geométricas propostas por *Al-Khwarizmi* em sua obra, ao passo que buscam dar sentido à raiz encontrada (SANTOS, 2017).

A seguir, encontram-se estas atividades ilustradas e alguns comentários a respeito de seu desenvolvimento em sala de aula.

QUADRO 1 – Atividade 4

Quadrados e raízes iguais a números I[10]
***Objetivo*:** Resolver equações do tipo $x^2 + bx = c$ segundo a técnica utilizada por *Al-Khwarizmi*, e chegar a uma generalização do método específico para este tipo de equação. ***Conhecimentos prévios*:** Operações aritméticas, potenciação e radiciação.

10 Atividade apresentada conforme aparece em Santos (2017).

***Material*:** Folha de atividade, lápis ou caneta.
***Contexto Histórico*:** A abordagem de *Al-Khwarizmi* em sua grande obra é feita de maneira totalmente retórica, ou seja, em forma de receita. Um problema específico trabalhado por ele naquela época foi:

> Um quadrado e dez raízes dele são iguais a trinta e nove dirherms. Quer dizer, quanto deve ser o quadrado, o qual, quando aumentado por dez de suas próprias raízes, é igual a trinta e nove? (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010, p. 131).

Em linguagem atual, esse problema se resume em encontrar as raízes da equação: $x^2 + 10x = 39$. A solução dada por *Al-Khwarizmi* de forma retórica foi:

> Você divide o número de raízes por dois, no caso presente, fornece cinco. Isso você multiplica por si mesmo; o produto é vinte e cinco. Some isso a trinta e nove; a soma é sessenta e quatro. Agora, tome a raiz disso, que é oito, e subtraia disso a metade do número de raízes, que é cinco; o resto é três. Essa é a raiz do quadrado que você procurava; o próprio quadrado é nove (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010, p. 131).

***Agora é com você*!**

1. *Complete a tabela abaixo*:

Solução apresentada por Al-Khwarizmi	Operações correspondentes em linguagem moderna considerando a equação: $x^2 + 4x = 12$	Operações correspondentes em linguagem moderna considerando a equação: $x^2 + 12x = 13$	Operações correspondentes em linguagem moderna considerando a equação: $x^2 + bx = c$
Tome a metade do número de raízes			
Multiplique essa quantidade por si mesma			
Some esse resultado ao número dado na equação			
Extraia a raiz quadrada do resultado			

Subtrai deste resultado a metade das raízes			

2. Observe a linha 6 da segunda e terceira coluna. O que representa o resultado encontrado?
3. Observe a tabela acima, especificamente na coluna quatro, onde é encontrada uma fórmula. Use essa fórmula para encontrar a solução da equação $x^2 + 10x = 39$. É a mesma encontrada por *Al-Khwarizmi*? Pode-se dizer que essa fórmula vale para toda equação do tipo $x^2 + bx = c$? Justifique.

Fonte: Santos (2017)

A aplicação dessa atividade seguiu a ordem conforme aparece na descrição acima, e seus objetivos foram alcançados. Porém, cabe ressaltar que alguns alunos apresentaram dificuldades sendo necessário algumas vezes da intervenção do professor pesquisador.

Um ponto que merece destaque e foi bastante observado, foi que durante a realização da atividade a dificuldade de expressão por parte dos alunos foi perceptível. Porém, as respostas dadas oralmente pelos alunos eram mais explicadas, o que nos leva a concluir que a dificuldade estava no momento de colocar no papel o que falavam, evidenciando a importância do diálogo durante a aplicação das atividades.

Quanto à atividade 05, seu desenvolvimento ocorreu de maneira diferente da anterior, pois optamos por usar um material didático manipulável em EVA de maneira a dar suporte aos alunos no momento da realização da atividade.

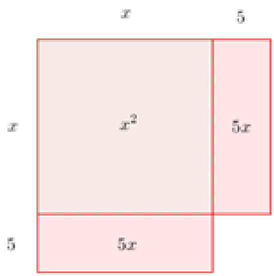
QUADRO 2 – Atividade 5

Quadrados e raízes iguais a números I[11]

Objetivo: Resolver equações do tipo $x^2 + bx = c$, através de processos geométricos e algébricos de acordo com a justificativa apresentada por *Al-Khwarizmi*.

11 Atividade apresentada conforme aparece em Santos (2017).

***Conhecimentos prévios*:** Áreas de figuras planas, operações aritméticas, potenciação e radiciação.
***Material*:** Folha de atividade, figuras geométricas em EVA, lápis ou caneta.
***Contexto histórico*:** *Al-Khwarizmi* usou uma justificativa geométrica para mostrar que o método algébrico faz sentido. Vejamos abaixo o método geométrico aplicado à $x^2 + 10x = 39$.
Utilize o material em EVA disponibilizado pelo o professor para acompanhar cada passo abaixo.
Inicie com um quadrado de lado x e área x^2.
Adicione um retângulo de comprimento 10 e altura x.
Conforme *Al-Khwarizmi* fez algebricamente, *divida o número de raízes por dois,* ou seja, corte verticalmente o retângulo em duas partes de modo que suas áreas sejam iguais.
Mova uma das partes recortadas para a base do quadrado de lado x, e obtenha a seguinte figura:



Questionamento:

A figura acima é um polígono, onde seu formato aproxima-se de um quadrado, observe a figura e responda:

- O que falta para formar o quadrado? Qual a área do que falta?
- Agora, qual a área do quadrado grande que foi formado?

Observando a equação original, temos que a área das figuras iniciais (quadrado e retângulo) é 39. Assim, a área do quadrado grande formado é 39 + 25 = 64.

***Questionamento*:**

- Qual a medida do lado do quadrado grande sabendo que $A = l^2$?
- Uma vez que o lado do quadrado grande tem comprimento x + 5. Portanto,

$$x + 5 = 8 \rightarrow x = 8 - 5 \rightarrow x = 3$$

***Questionamento*:**

- Qual o sentido que você dar a x ao resolver a equação $x^2 + 10x = 39$ de forma geométrica?

- Expresse de forma resumida em que consiste a resolução geométrica supracitada?

Agora é com você!

- Agora, aplique o método geométrico acima descrito, às equações abaixo. Use o material em EVA, registrando cada passo.

a) $x^2 + 4x = 12$ b) $x^2 + 12x = 13$

Fonte: Santos (2017)

Para esta atividade, inicialmente, foi entregue o *kit* de material em EVA confeccionado pelos pesquisadores, contendo dois quadrados (um pequeno e um grande) e dois retângulos. Na sequência, foi feita uma discussão histórica a respeito da justificativa geométrica do método. O diferencial dessa atividade é que durante a explicação do método, os alunos iam acompanhando cada passo e descobrindo/redescobrindo as principais ideias relacionadas ao método a partir da observação e da manipulação do material disponibilizado.

De forma geral, pode-se concluir que, embora os alunos tenham apresentado dificuldades quanto aos conteúdos geométricos usados nesta atividade, isso não comprometeu totalmente a mesma, pois ao passo que as dificuldades iam surgindo, tentávamos saná-las expondo alguns outros exemplos e realizando algumas intervenções, de modo a ajudar os alunos na construção das ideias e no entendimento do método. Um ponto que merece destaque e que auxiliou os alunos nesta atividade foi a utilização do material em EVA, pois acreditamos que este ajudou os alunos no entendimento e na construção do método ao passo que colaborou para uma visão mais ampla do método, o que nos levou a conclusão de que o objetivo desta atividade foi alcançado.

Uma vez que os grupos participantes da pesquisa geraram muitas informações durante a aplicação das atividades, sugerimos a busca de mais detalhes em Santos (2017).

5 Resultados e discussão dos dados

Após o desenvolvimento das atividades, aplicamos o que se denominou de avaliação final, com o intuito de verificar o nível de aprendizagem dos alunos em relação ao método algébrico-geométrico trabalhado e aos conteúdos abordados durante a intervenção. Essa parte da intervenção contou com a presença de 28 alunos, sendo divididos em 14 duplas.

Os resultados foram analisados e categorizados de acordo com quatro categorias as quais apresento a seguir: **Categoria 01:** resolveu e chegou à resposta correta; **Categoria 02:** resolveu e chegou a uma resposta incorreta; **Categoria 03:** iniciou a resolução, porém teve dificuldade em concluí-la; **Categoria 04:** não conseguiu resolver e nem apresentou nenhuma resposta.

Agora, apresentaremos a análise, a categorização e a discussão de duas questões dentre as oito contidas em nossa dissertação, questões essas que fazem referência às duas atividades mencionadas acima.

QUADRO 3 – Questão 4 da avaliação final

4º *questão*[12]
Usando o método algébrico descrito por *Al-Khwarizmi*, encontre uma raiz para seguinte equação:
$x^2 + 4x = 5$

Fonte: Santos (2017)

Esta questão objetivou investigar o conhecimento dos alunos acerca do método algébrico/retórico trabalhado, para encontrar uma raiz para equação do tipo $x^2 + bx = c$.

As respostas desta questão estão categorizadas na tabela 01.

12 Questão contida em Santos (2017).

Tabela 01 - Categorização das respostas da questão 04 da avaliação final.

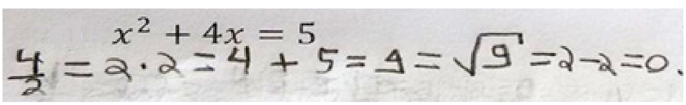
Categorias	C-1	C-2	C-3	C-4	Total/ duplas
Questão 4	**05**	**03**	**04**	**02**	**14**

Fonte: Santos (2017)

Como podemos observar na tabela acima, cinco duplas de alunos responderam corretamente essa questão, usando o método retórico proposto por *Al-Khwarizmi*, sendo enquadrados na categoria C-1. Porém, cabe ressaltar que, a princípio, os mesmos mostraram dificuldades em lembrar o método e iniciar a resolução, sendo necessária nossa intervenção, porém, de imediato, estes alunos relembraram e iniciaram suas discussões e em seguida a resolução.

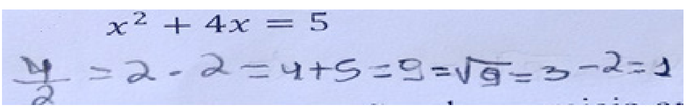
A Figura 01, a seguir, mostra o registro da solução correta obtida pelos alunos. Porém, cabe observar que, onde os alunos deveriam ter usado o sinal de implicação, eles usaram o sinal de igualdade. Esse fato foi comum em todas as atividades, onde na maioria das vezes foi chamada a atenção deles, contudo, eles insistiam em colocar o sinal de igualdade.

FIGURA 01 – Registros dos alunos a questão 04 da avaliação final.



Fonte: Santos (2017)

FIGURA 02 – Resposta incorreta dos alunos a questão 04 da avaliação final.



Fonte: Santos (2017)

Os alunos enquadrados na categoria C-2 foram aqueles que apresentaram erro na extração da raiz quadrada, e também a insistência em usar a igualdade em vez da implicação, como mostra a Figura 02 a seguir.

É importante lembrar que, assim como na Figura 01 e Figura 02, as figuras seguintes também ilustram a troca feita pelos alunos do sinal de implicação pelo sinal de igualdade, embora isso tenha ocorrido com frequência, às respostas dos alunos não foram tomadas como erradas.

Três duplas se enquadraram na categoria C-3, tendo apresentado dificuldades em concluir a resolução. Em diálogo com estes alunos, os mesmos afirmaram que não sabiam concluir a resolução, pois confundiam os sinais e acabavam misturando tudo.

As duas duplas enquadrados na categoria C-4 foram os mesmos que se enquadraram nessa mesma categoria nas questões anteriores, ou seja, os alunos que não mostraram interesse durante toda intervenção.

QUADRO 4 – Questão 5 da avaliação final

5º *questão*[13]
Aplique, na equação anterior, a justificativa geométrica proposta por *Al-Khwarizmi*.

Fonte: Santos (2017)

O objetivo desta questão foi investigar o conhecimento dos alunos a cerca do método geométrico trabalhado durante a intervenção em sala de aula, a partir do uso do material manipulativo. Na tabela 02, a seguir, estão categorizadas as respostas dos alunos a esta questão.

13 Questão contida em Santos (2017).

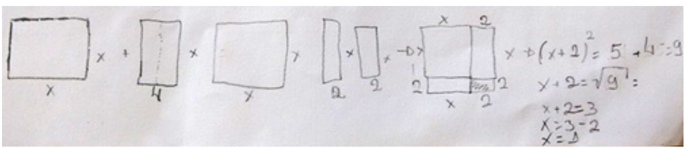
TABELA 02 - Categorização das respostas da questão 05 da avaliação final.

Categorias	C-1	C-2	C-3	C-4	Total/ Duplas
Questão 5	06	04	02	02	14

Fonte: Santos (2017)

Como podemos verificar na tabela, seis duplas responderam corretamente esta questão, sendo enquadrados na categoria C-1. Eles, com o auxílio do material manipulável, conseguiram interpretar geometricamente a equação $x^2 + 4x = 5$ e chegar a $(x + 2)^2 = 9$, resolvendo essa expressão e obtendo êxito na resolução. Conforme Figura 03, a seguir.

FIGURA 03 - Registro correto da questão 05.



Fonte: Santos (2017)

Os alunos enquadrados na categoria C-2, conseguiram interpretar geometricamente a equação e completar o quadrado, mas, no momento de escrever a equação da área do novo quadrado, escreveram $(x - 2)^2 = 9$, ao invés de $(x + 2)^2 = 9$, o que os levou a uma resposta incorreta. Acreditamos que isso ocorreu por falta de atenção no momento, pois estas duplas mostraram-se bastante participativas durante toda intervenção. Uma vez questionados sobre o que houve, afirmaram "*não sabemos o que aconteceu, naquela outra atividade fizemos e deu certo, lembra?*", quando eles falam "*naquela outra atividade*" estão falando da atividade realizada durante a aplicação de nossa sequência de atividades.

Cabe ressaltar também que uma dessas quatro duplas enquadrados na categoria C-2 aplicou o método correto, porém, não chegou à solução correta por apresentar dificuldades nas operações aritméticas. Dialogando com essa dupla, eles afirmaram ter confundido na hora de concluir a questão, mas sabiam operar normalmente, afirmando ainda, não saber o que houve.

Os alunos enquadrados na categoria C-3 interpretaram corretamente a equação, porém tiveram dificuldade em concluir a resolução. E alunos enquadrados na categoria C-4 foram os mesmos enquadrados nesta mesma categoria na questão anterior, aqueles que mostraram pouco interesse.

De modo geral, as dificuldades aritméticas e algébricas, em alguns casos, embora que em percentual menor que nas atividades, elas foram reincidentes na avaliação final. Acreditamos que tais dificuldades surgem devido à relação estreita que a Aritmética tem com Álgebra, pois, segundo Oliveira (2002), algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato de o aluno trazer para o contexto algébrico dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estenderem para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem.

Por fim, no que diz respeito à aplicação do método retórico de resolução da equação do 2º grau, a maioria dos alunos conseguiu aplicar e obter êxito em suas resoluções, mesmo tendo dificuldade em lembrar algumas passagens do método, sendo necessária nossa intervenção para ajudá-los a recordar. Quanto ao método geométrico, com auxílio do material em EVA, a maioria dos alunos conseguiu interpretar geometricamente a equação e obter êxito em sua resolução.

6 Considerações finais

Com base na análise dos registros dos alunos, nas observações e nas entrevistas realizadas durante o desenvolvimento das atividades, acreditamos que nossos objetivos com a implementação de atividades mediadas pela História da Matemática foram atendidos. As atividades contribuíram para o entendimento dos métodos de resolução trabalhados, por parte dos alunos, ao passo que interagiram com a atividade e com o material manipulativo, levando-os a perceberem a construção dos métodos e a entender o processo de forma significativa.

Deste modo, pode-se constatar que a História da Matemática na sala de aula é um recurso de grande importância para o ensino da matemática, especialmente no campo da Álgebra e da Geometria, ao passo que permite desenvolver habilidades e construir competências. Este quando aliado ao pensamento construtivista e ao uso de material didático manipulativo, permite que os alunos superem as dificuldades nas aulas de matemática e encontrem respostas para os inúmeros porquês matemáticos surgidos.

Quanto às dificuldades encontradas pelos alunos, elas foram das mais diversas, as quais podemos citar: dificuldades de leitura e interpretação dos enunciados acarretando na falta de autonomia em criar meios para solucionar o que era proposto, necessitando na maioria das vezes de uma intervenção inicial, só assim as respostas às atividades iam surgindo. Esse fato reforça a ideia de que este método de ensino e aprendizagem não era frequente nas aulas, o que de certa forma causou estranhamento e desconforto. Contudo, é importante frisar que tais dificuldades não comprometeram o desenvolvimento das atividades, pois quando identificadas eram feitas sessões de *revisão dos conteúdos*, abordando exemplos práticos, de modo a sanar as dificuldades.

De um modo geral, acreditamos que os alunos evoluíram muito na aprendizagem dos conteúdos matemáticos de nosso estudo, a interação professor/aluno/objeto de conhecimento foi um ponto bastante importante, pois os alunos puderam perceber a importância do professor como mediador na construção da sua aprendizagem, legitimando as ideias de Piaget, quando diz que a aprendizagem se dá a partir da interação do educando com o mundo, esquivando-se da imposição e galgando os caminhos de uma construção pessoal.

Enfim, os resultados desta pesquisa, ancorados ao estudo mais detalhado feito em nossa dissertação de mestrado, levam-nos a concluir que as funções pedagógicas da História da Matemática, apontadas por Miguel (1993) e trazidas em nosso referencial teórico, foram comprovadas.

Referências

BERLINGHOFF, William P.; GOUVEA, Fernando Quadros. **A matemática através dos tempos:** um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad. Elza Gomide e Helena castro. São Paulo: Blucher, 2010.

FOSSA, John Andrew. Recursos pedagógicos para o ensino da matemática a partir das obras de dois matemáticos da antiguidade. In: FOSSA, John Andrew; MENDES, Iran Abreu; VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

FOSSA, John Andrew. **Ensaios sobre a educação Matemática.** 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

JANKVIST, Uffe Thomas. A categorization of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education. **Education Studies in Mathematics**, Londres, v. 71, n. 3, p. 235–261, 2009.

MENDES, Iran Abreu**. Ensino da Matemática por Atividades:** uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática. 2001. 283f. Tese (Doutoramento em Educação). Programa de Pós Graduação em Educação– UFRN, Natal, RN.

MENDES, Iran Abreu. A investigação histórica como agente de cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John Andrew; VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, Iran Abreu. **Tendências Metodológicas no Ensino de Matemática.** 1. ed. v. 1. Belém: EDUFPA, 2008, 71p .

MENDES, Iran Abreu. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática.** Rio de Janeiro: editora Ciência Moderna LTDA, 2009.

MENDES, Iran Abreu; SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por atividades:** sugestões para a sala de aula. Natal: Flecha do tempo, 2006.

MIGUEL, Antônio. **Três Estudos Sobre História e Educação Matemática.** 1993. 274 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação – Departamento de Metodologia do Ensino, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. Reflexões sobre a aprendizagem da Álgebra. **Educação Matemática em Revista**, Ano 09, n.12, junho de 2002, p.35-39.

SANTOS, Leonardo Silva. **Uma abordagem histórica e metodológica dos métodos de resolução de equação do 2º grau desenvolvidos por Al-khwarizmi**. 2017. 152f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

THIOLLENTE, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação.** 5 ed. São Paulo: Cortez, 2007.

AULAS INVESTIGATIVAS E CONTEXTOS COTIDIANOS: UMA ABORDAGEM ENTRE FUNÇÃO AFIM E EMPREENDEDORISMO

Ivan Bezerra de Sousa
José Joelson Pimentel de Almeida

1 Apresentação

As atividades de Matemática que levam os estudantes a buscarem soluções usando os seus conhecimentos matemáticos oriundos da educação escolar, e também presentes no cotidiano, dão suporte ao acontecimento de aulas investigativas no ambiente escolar. No presente capítulo, discutimos sobre a consonância das aulas investigativas com o modelo teórico dos campos semânticos em que reflexões sobre uma atividade que envolve o empreendedorismo e o estudo da função afim são discutidas. Trata-se de uma atividade sobre a venda de geladinhos desenvolvida em três etapas, cujo objetivo foi exatamente buscar respostas sobre a inserção de contextos cotidianos na sala de aula. A partir disso, procuramos entender como os estudantes, ao trabalharem com problemas investigativos, sendo corresponsáveis em todo o processo, foram capazes de perceber a utilização da função afim no desenvolvimento das etapas e como as ideias sobre empreendedorismo estiveram presentes ao logo do percurso investigativo.

Nesse trabalho defendemos que o ensino de Matemática por meio de aulas investigativas proporciona, tanto aos professores quanto aos educandos, diferentes formas de aprendizagem. Ao longo desse texto apresentamos reflexões sobre essa metodologia e alguns resultados da atividade mencionada, cuja elaboração, execução e discussão utiliza abordagens que esse tipo de metodologia compartilha.

Nesse capítulo discutimos, também, abordagens sobre o modelo teórico dos campos semânticos, cuja ideia central parte dos diferentes olhares e resultados obtidos em uma única atividade, a qual chamamos de *produção de significados*.

O leitor também irá se deparar com algumas relações sobre contextos cotidianos e o empreendedorismo, pois a atividade elencada tem esse foco, bem como serão perceptíveis as ideias sobre função afim sendo abordadas ao longo das discussões.

O objetivo principal deste capítulo é apresentar sugestões sobre atividades investigativas para que professores de Matemática possam aproveitar em suas aulas, proporcionando um ambiente de interação, cujo dialogismo leve à produção de significados, tornando as aulas em um espaço de criticidade, em que os discentes possam ser sujeitos ativos nessa construção e na elocução de seus pensamentos.

Partindo dessas considerações, passamos a apresentar alguns constructos teóricos, discutidos ao longo de nossa dissertação de mestrado (SOUSA, 2018), que podem colaborar para compreensão das atividades propostas, dentre as quais destacamos as *investigações matemáticas* e o *modelo teórico dos campos semânticos*.

2 Investigações matemáticas na sala de aula

Enquanto professores de Matemática, sabemos que a forma como o ensino desse componente curricular ainda é ministrado nas escolas precisa de mudanças para que resultados melhores possam surgir no ambiente escolar. No que se refere a isso, a busca de esforços de muitos professores que fazem a Educação Matemática acontecer na prática nas variadas escolas do mundo não é pequena, pois são diversas pesquisas que procuram apresentar ideias de um ensino transgressor[14], oportunizando aos estudantes que se tornem ativos, enquanto sujeitos que vivem e participam de um meio social, vislumbrando oportunidades para que possam exercer sua criticidade, autonomia e tomar consciência sobre a construção de sua identidade.

Para alcançarmos esta finalidade é preciso que o educando saia da situação de passividade e possa adquirir outros comportamentos quanto ao seu real papel. A metodologia das investigações matemáticas na sala de aula nos traz a oportunidade de fazer isso acontecer, pois o discente passa a ser o centro do processo, em que há priorização dos seus pensamentos, argumentos, levantamento de hipóteses, construção, validação ou refutação de ideias e consolidação de um conhecimento capaz de fazer sentido para a sua realidade, levando-o a desfrutar de oportunidades de um conhecimento capaz de fazer sentido tanto na Matemática da sua vivência quanto nas ideias apresentadas na Matemática da sala de aula.

Dessa forma, percebemos que:

> Nas aulas de Matemática, a investigação surge com esse propósito, sendo uma das possibilidades de que os alunos compreendam melhor as temáticas estudadas na sala de aula, pois nesse tipo de aula o professor entrega aos alunos uma atividade ou um conjunto de atividades com o objetivo de verificar os conhecimentos matemáticos que os alunos têm e quais ideias podem surgir no decorrer da investigação (SOUSA; ALMEIDA, 2018, p. 5).

Uma atividade investigativa não tem a ver com uma situação-problema de difícil resolução, que demanda horas e horas para que um resultado possa surgir, mas tem a ver com uma situação-problema

14 Uma discussão apropriada sobre uma prática transgressora como proposta prática em Educação Matemática pode ser encontrada em D'Ambrosio e Lopes (2015).

que leva o discente a pensar. Dessa forma, as atividades investigativas são mais elaboradas no sentido de exigir dos estudantes um esforço maior para traçar caminhos que possam levar a variadas soluções. Para este fim, há o entrelaçamento entre conhecimentos prévios dos educandos e aqueles obtidos na sala de aula.

> Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 9).

Assim, percebemos que uma investigação matemática se apodera das estratégias advindas do repertório de conhecimentos que os estudantes possuem e que, em consonância com os conteúdos ministrados pelo professor, favorecem a compreensão do que se propõe para que os educandos aprendam.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), toda investigação matemática é regida por três fases: I. Introdução à tarefa; II. Desenvolvimento do trabalho; III. Discussão da investigação. Além dessas fases, há quatro momentos que acontecem em consonância com estas três fases. Esses momentos estão elencados no Quadro abaixo.

QUADRO 1 - Momentos na realização de uma investigação.

Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	• Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	• Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	• Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21).

No decorrer da investigação o professor é capaz de perceber a relevância de cada uma dessas etapas e observar como os estudantes agem diante de cada uma delas. Todas essas fases e momentos são de suma importância para a concretização de uma investigação matemática na sala de aula. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), essa metodologia pode constituir uma poderosa forma de conhecimento, permitindo, aos professores, assumirem o papel de observadores no decorrer da investigação e ajudando aos estudantes apenas naquilo que for necessário. Dessa forma, o professor assume o papel de interrogador, em vez de afirmador, com relação às dúvidas propostas pelos discentes.

Com relação aos discentes, o trabalho com a investigação matemática permite que estes tenham voz na sala de aula, fazendo de suas indagações um momento de troca de ideias matemáticas, o que leva os estudantes a agirem como investigadores, pois estes começam com a formulação de questões e caminham até as discussões finais, tendo nesse intervalo a produção de vários conhecimentos, tanto do conteúdo matemático quanto de outros contextos.

Desta forma, o trabalho investigativo permite uma relação de reciprocidade entre o que o estudante sabe e o que é esperado dele ao longo do processo. É por esse motivo que consideramos o cenário de uma aula investigativa um ambiente eficaz para discutir a Matemática de uma maneira mais interessante, possibilitando oportunidades para os discentes aprenderem e a chegarem a diferentes resultados ao partir de seus repertórios de conhecimentos. Consideramos que esse repertório pode ser advindo de outros momentos ao longo de sua trajetória de estudante e de sujeito que vive imerso no meio social, construtor de sua identidade a partir do dialogismo com seus pares e pessoas do convívio cotidiano:

> O repertório de leitura pode ser entendido como compreendendo uma rede de relações que as pessoas constroem à medida que se comunicam com outras ou com suas produções. Podemos ver, assim, que quanto mais proficiente, mais o leitor estará em condições de robustecer o seu repertório. Mais ainda, esse repertório é adquirido independentemente e em diferentes ritmos, cabendo à escola sistematizar atividades com essa finalidade, oferecendo diferentes oportunidades para que os sujeitos possam aproveitá-las segundo suas condições de aprendizagem (ALMEIDA, 2016, p. 75).

Essas discussões podem ser estendidas para o repertório de conhecimentos dos estudantes e, corroborando as ideias apresentadas neste capítulo, salientamos que aulas investigativas podem contribuir significativamente para a ampliação do repertório de conhecimentos matemáticos, bem como de estratégias de resolução de problemas.

3 Modelo teórico dos campos semânticos

O modelo teórico dos campos semânticos (MTCS), proposto por Lins (2012), tem por objetivo oferecer suporte teórico as suas ideias sobre o pensamento algébrico. Esta teoria, aplicada no contexto da sala de aula, ajuda-nos a perceber as dificuldades e os avanços dos discentes ao longo de todo o processo. Aos discentes, porque podem associar diferentes ideias sobre uma mesma atividade, as quais são chamadas de *produções de significados*. A partir do compartilhamento dessas produções, o conhecimento torna-se significativo para os estudantes.

No MTCS encontramos alguns termos que dão total sentido a esse estudo, tais como: *conhecimento*, *significado* e *produção de significados*. Estas palavras configuram o cerne desse modelo. Segundo Lins (1997), todo conhecimento consiste em uma crença-afirmação, que se resume em enunciações que certo indivíduo relata a partir daquilo que ele acredita e, junto a esta crença-afirmação, há a justificação que dá suporte ao indivíduo de dizer aquilo que ele está dizendo.

> Logo, quando um sujeito produz significados, simplesmente, significa dizer que ele conseguiu produzir ações enunciativas a respeito de um objeto dentro de uma determinada atividade, ou melhor, a partir destes significados o sujeito agora tem uma crença-afirmação e uma justificação, e que a mesma pode ser enunciada, ou seja, agora o sujeito tem conhecimento acerca de um tal assunto (SOUSA, 2018, p. 83).

De acordo com as ideias que o MTCS propõe, o professor possui o papel de mediador, assumindo a responsabilidade de atuar sobre as produções de seus educandos, sendo o estudante o foco do processo, ou seja, o responsável por produzir seus próprios significados sobre uma determinada temática. Dessa forma, este modelo apresenta o discente como o centro das atenções, no qual o foco principal são as produções de significados sobre um determinado assunto, devendo o professor dar suporte a essas ideias, porém nunca dando a resposta final do processo, mas ajudando na elaboração dos pensamentos dos educandos acerca da ideia lançada por eles.

O MTCS foca na forma como o conhecimento é consolidado, sendo a produção de significados o objetivo do processo. Para que esse objetivo seja concretizado e transformado em conhecimento é necessário que, inicialmente, haja uma *crença-afirmação* de algo para que depois o sujeito seja capaz de criar uma justificação sobre o que é dado, sendo os significados produzidos a partir dessa crença-afirmação e da sua *justificação*.

Logo, utilizando o MTCS:

> O sujeito acredita naquilo que está afirmando, o que implica que ele acredita estar autorizado a ter aquela crença. Mas não é suficiente que a pessoa acredite e afirme; é preciso também que ela justifique suas crenças-afirmações para que a produção do conhecimento ocorra (SILVA, 2003, p. 18).

Ao longo das discussões observamos que este modelo aborda, como foco principal, a consolidação do conhecimento sobre algo. Para que isto, de fato, aconteça é preciso, em primeiro lugar, produzir significados, ou seja, é preciso que o discente seja colocado em situações que precise justificar, levantar hipóteses, argumentar, afirmar e justificar. Assim, a aprendizagem, a partir de uma atividade matemática, passa a ter um novo sentido, principalmente se estas estiverem ligadas a contextos cotidianos dos estudantes, o que favorece uma conexão entre a escola e o que acontece fora dela, cuja conexão abordamos na próxima seção desse artigo.

4 Empreendedorismo, função afim e contextos cotidianos

A Matemática é uma área que permite ao professor a oportunidade de um trabalho rico em diversos contextos. No que diz respeito ao trabalho com atividades voltadas para os contextos do cotidiano esta é uma possibilidade que permite ao estudante perceber que a sua realidade assume um papel primordial na construção de sua identidade e que, aliada a contextos escolares, possibilita uma nova visão daquilo que lhe é familiar, o que pode tornar o sujeito um ser mais crítico e autônomo na realidade na qual convive.

É na intenção de promover o encontro entre esses contextos que:

> [...] educadores e livros didáticos, ao proporem atividades didáticas de Matemática, procuram utilizar-se de situações cotidianas, que seriam passíveis de serem vividas pelo próprio aluno e/ou pessoas de sua convivência. São situações como as de compra em lojas, centros comerciais e supermercados, com seus folhetos de promoção ou notas fiscais, pagamentos com cheques, vales e carnês, conferências de contracheques e extratos bancários ou faturas. Envolvem ainda a leitura de mapas, croquis, gráficos diversos, visores etc. Ao inserir tais textos nos enunciados dos problemas, esperam envolver contextos significativos para o aluno, tomando esses textos como textos de matemática, pretendendo que sejam oportunidades de dar acesso, explorar ou decifrar linguagens e procedimentos matemáticos diversos, utilizados no cotidiano. Essa inserção parece compor um conjunto de esforços que visam a uma maior proximidade entre as práticas escolares e práticas sociais variadas e a explicitação do papel da escola na preparação do aluno para um melhor desempenho nessas práticas (NACARATO; LOPES, 2007, p. 68).

No que tange à proximidade entre as práticas sociais e escolares, o trabalho com aulas investigativas com uma temática do cotidiano pode gerar um contexto circunstanciado adequado, pois é uma estratégia metodológica capaz de gerar diferentes significados para uma mesma atividade e ideal para que cada estudante possa perceber detalhes de seu meio que passam despercebidos no seu dia a dia. Uma dessas temáticas diz respeito ao empreendedorismo, tema este da nossa atividade, que pode gerar variados questionamentos quando atrelado a contextos exteriores da sala de aula.

Quando mencionamos a temática do empreendedorismo falamos de algo bem presente da realidade de cada discente, pois sabemos que estamos rodeados de pessoas com variadas funções: vendedores, compradores, trocadores e idealizadores de seu próprio negócio, que ganham e perdem dinheiro. Essas situações fazem parte das variadas ações empreendedoras que cercam o nosso meio e podem ser transformadas em atividades matemáticas na sala de aula. Muito além do que simplesmente atribuir a uma atividade desse porte um conteúdo matemático, podemos enriquecê-la com outros questionamentos, conforme afirma Sousa (2018) ao relatar sobre o empreendedorismo em nosso meio.

> Nos dias atuais, o empreendedorismo tem ganhado cada vez mais destaque no contexto da sociedade em que estamos inseridos e tal destaque precisa ser mencionado nas salas de aulas nos diversos componentes curriculares. Como educadores críticos, participantes de uma sociedade capitalista, consumista e globalizada precisamos ter um olhar crítico a respeito dessa temática, e aqui nos cabem as seguintes indagações: 1. Dentro das escolas mencionamos ideias sobre o empreendedorismo e, se mencionamos, está correto da forma que fazemos? 2. Para que estamos formando as novas gerações? 3. Qual é a nossa preocupação, enquanto docentes, no nosso trabalho pedagógico frente as demandas exigidas pelo mercado de trabalho? 4. Estamos formando o nosso aluno para gerenciar o seu capital? (SOUSA, 2018, p. 100).

Em questionamentos desse tipo podemos, enquanto educadores, refletir sobre a prática nas salas de aulas desse país, pois não basta simplesmente ensinar conteúdos matemáticos com fórmulas e abstrações, mais do que isso, é importante ensinar aos discentes como eles podem utilizar tais conteúdos para entenderem a sua realidade. Ao tratarmos de uma temática como essa poderemos ver significados produzidos tanto sobre o conteúdo de Matemática, objeto da atividade proposta, como em situações que vão além da Matemática escolar.

Dessa forma, acreditamos que "uma educação que foque sobre o empreendedorismo pode formar sujeitos capacitados para criarem e recriarem frente as demandas impostas pela realidade social e econômica" (SOUSA, 2018, p. 100).

A atividade investigativa que apresentamos nesse capítulo foi elaborada com foco nas ideias de empreendedorismo, cuja função envolve ir além do conteúdo matemático. Esta atividade, dividida em três etapas, foi feita para ser executada em consonância com o conteúdo de função afim, geralmente visto pelos estudantes no decorrer do primeiro ano do Ensino Médio. A escolha do conteúdo matemático, função afim, se deu porque se relaciona com diversas situações da nossa realidade. A escolha do tipo de empreendedorismo, que foi sobre a venda de geladinhos, foi decisiva para a determinação do conteúdo em que foram desenvolvidas ideias algébricas e gráficas.

> A nossa atividade focou sobre a venda de geladinhos, por meio da qual buscamos descobrir as estratégias que os alunos adotaram para fazer conexões entre tal atividade e o conteúdo de função afim. Escolhemos tal conteúdo porque o consideramos rico no estudo da Matemática e nas áreas afins, uma vez que o mesmo pode ser representado de diversas maneiras, como tabelas, gráficos, expressões algébricas, entre outras (SOUSA, 2018, p. 129).

Nessa atividade muitas ideias matemáticas podem estar presentes, pois, além da função afim, podemos refletir junto aos discentes sobre o mundo capitalista em que estamos inseridos. Essa não é uma simples tarefa conteudista, mas uma atividade investigativa que visa à produção de significados dos estudantes sobre diferentes contextos, com o intuito de refletir sobre variadas outras temáticas que permeiam o nosso cotidiano e que carecem de reflexões diárias, sendo a escola o lugar privilegiado para esse acontecimento.

5 Aspectos metodológicos

A atividade investigativa mencionada na seção anterior foi desenvolvida em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio no ano de 2017 em uma escola localizada na cidade de Sousa, sertão da Paraíba. No momento em que essa investigação aconteceu os discentes estavam estudando o conteúdo de função afim.

Em nossa metodologia optamos pela abordagem qualitativa, uma vez que estivemos frente a frente com o objeto de pesquisa e com os seus participantes. Nesta perspectiva, Lüdke e André (1987) afirmam que este tipo de pesquisa tem como característica apresentar o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como o seu principal instrumento.

Dentre as inúmeras modalidades de pesquisa qualitativa em Educação, a nossa pesquisa se enquadra em uma modalidade denominada pesquisa exploratória, por explorar a atividade em todos os seus detalhes, o que permitiu uma maior aproximação entre o pesquisador e o assunto pesquisado.

Na realização dessa pesquisa, seguimos as etapas que regem uma investigação matemática na sala de aula, contando um total de oito encontros e dezenove aulas. Também nos apoiamos nas ideias apresentadas por Lins e Gimenez (1997), quanto ao modelo teórico dos campos semânticos, uma vez que a nossa meta foi compreender como os educandos atribuíam significados durante o desenrolar de toda a investigação.

Para a obtenção dos dados no trabalho de campo, utilizamos questionários, gravações de áudio, diário de bordo, câmera fotográfica e registros escritos dos participantes da pesquisa.

Em relação ao processo avaliativo, este aconteceu continuamente durante toda a atividade por meio da participação dos discentes, dos questionamentos, da realização da investigação e nas reflexões feitas na sala de aula sobre o tema proposto.

6 Atividade investigativa: apresentação e análise

A atividade foi elaborada para a pesquisa de campo durante o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (SOUSA, 2018). Em Sousa e Almeida (2018) há uma proposição completa dessa atividade, na forma de produto educacional, intitulado *Empreendedorismo e função afim*: *contextos cotidianos e aulas investigativas*. Nesse espaço, destacamos como aconteceu cada uma das três etapas de nossa investigação:

- Etapa I: apresentação do texto *Vender geladinho dá dinheiro*? Tínhamos por objetivo introduzir ideias sobre *empreendedorismo*;
- Etapa II: apresentação de um quadro com nove sabores de geladinhos, com seus respectivos ingredientes, para porções de 115 ml e de 180 ml;
- Etapa III: apresentação da atividade a partir da qual os estudantes teriam que montar estratégias para a venda hipotética de 500 geladinhos por dia e, a partir disso, apresentar custos de produção, de venda e lucro, modelando as situações com a utilização da função afim, em suas formas algébrica e gráfica.

Os resultados que apresentamos sobre a atividade investigativa envolvendo a venda de geladinhos foi desenvolvida para o levantamento de dados da nossa pesquisa de mestrado, sendo que a mesma contou com a participação de 35 discentes, organizados em oito equipes.

6.1 **Etapa I:** leitura do texto

No primeiro encontro, desenvolvemos a Etapa I da atividade, o que correspondeu a três aulas. Nesse encontro os educandos produziram significados a partir do texto *Vender geladinho dá dinheiro*? Inicialmente os estudantes fizeram a leitura desse texto e deram a sua primeira contribuição sobre o que achavam da venda de geladinhos e que estratégias adotariam, caso fossem empreendedores desse ramo de negócios.

QUADRO 1 – Texto da Etapa I

VENDER GELADINHO DÁ DINHEIRO?[15]

Vender geladinho pode não ser um grande negócio para se montar e nem tão pouco será algo que poderá render rios de dinheiro, mas dá para ganhar uma boa grana extra com isso.

Eu sinceramente não conheço ninguém que ficou rico vendendo geladinho, mas conheço pessoas que conseguem um bom dinheiro para gastar no final de semana, pagar suas contas no final do mês e até mesmo dar uma arrumada na vida, apenas fazendo e vendendo geladinho das mais variadas formas.

Como vender geladinho?

O processo para começar a vender geladinho é muito simples e não requer toda a estrutura usada para montar um negócio grande. Digo isso, porque a venda de geladinho é algo a se comparar com a venda de bijuterias ou de doces, pois é algo com um investimento inicial extremamente baixo.

A minha principal dica é que você foque em locais onde exista uma grande circulação de pessoas, como na porta de escolas, em parques de diversão e em locais onde as pessoas praticam esportes, pois assim será mais fácil vender geladinho. Existem pessoas que vendem também no semáforo, enquanto os carros estão parados, e pode ser uma alternativa interessante.

Para começar, você precisa apenas dos ingredientes para fabricar seus geladinhos, de um isopor ou de um carrinho para sair vendendo e de uma estratégia para vender. O investimento inicial pode ser muito baixo, dependendo das suas pretensões, e o lucro poderá vir de forma rápida, se você conseguir vender bastante todos os dias.

15 Publicado em 11 de maio de 2012, por José Neto no site "Montar um Negócio".

E aí, será que vender geladinho dá dinheiro?

Como eu disse no início, esse é aquele tipo de produto que não gera muito dinheiro para todas as pessoas, mas se o seu objetivo for ganhar uma grana extra, então essa pode ser uma ótima opção. A verdade é que tudo dependerá do seu desempenho nesse trabalho, pois quanto mais pessoas conseguir impactar com seus produtos, mais dinheiro conseguirá ganhar.

E você, o que acha desse tipo de empreendedorismo? Se você fosse um vendedor de geladinhos como você faria para vender e lucrar cada vez mais?

Fonte: José Neto (2019)

Em relação aos resultados obtidos, algumas equipes comentaram que esse tipo de negócio não era algo tão bom para gerar uma boa renda, mas seria algo viável para quem estava desempregado e gostaria de conseguir um pouco de dinheiro. Percebe-se que nessa parte inicial o nosso objetivo foi justamente explorar a opinião dos discentes a respeito do que achavam desse tipo de empreendimento.

6.2 Etapa II: apresentação de possíveis sabores e seus ingredientes

Após a leitura do texto, passamos a discutir possíveis sabores e os ingredientes relacionados, a partir de um quadro que dispomos aos grupos. O quadro foi entregue com algumas lacunas a serem preenchidas pelos estudantes. Havia a possibilidade de composição de geladinhos com porções de 115 ml ou 180 ml. Os geladinhos poderiam, então, variar no sabor, no tamanho da embalagem utilizada e no preço de venda.

Esta etapa durou três encontros, totalizando seis aulas. Começamos esse novo momento da investigação entregando um quadro com diferentes sabores de geladinhos (Quadro 2), no qual os sujeitos da pesquisa deveriam preencher as lacunas de acordo com os valores que eles achavam que, de fato, corresponderia ao que era pedido na atividade. Nessa etapa estavam presentes os ingredientes para porções de 115 ml e 180 ml de nove sabores de geladinhos, sendo que uma das porções já tinha o total de geladinhos que dava para fazer com os respectivos ingredientes e a outra quantidade de porções seria incumbência de cada equipe para achar o determinado valor. No preenchimento desse quadro os estudantes também calcularam o preço de custo de cada geladinho, de acordo com o seu tamanho e atribuíram um valor para o preço de venda e, assim, também obtiveram o valor do lucro de cada porção.

QUADRO 2 - Sabores, ingredientes e porções de geladinhos (Etapa II).

Sabor	Ingredientes	Preço dos ingredientes (R$)
Geladinho de leite condensado (12 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de sopa de leite em pó (100g).	
Geladinho de chocolate econômico (__ porções de 115 ml) (08 porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	6 colheres de sopa de achocolatado (180g);	
	4 colheres de sopa de açúcar (66g).	
Geladinho azul (15 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	2 colheres de sopa cheias de pó azul para sorvete (100g);	
	5 colheres de sopa de açúcar (82g).	
Geladinho de mousse de maracujá (__ porções de 115 ml) (10 porções de 180 ml)	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	½ litro de suco de maracujá (ou 02 maracujás, aproximadamente 400g);	
	½ litro de leite.	

Sabor	Ingredientes	Preço dos ingredientes (R$)
Geladinho de amendoim (20 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	400 g de amendoim torrado e moído.	
Geladinho de biscoito (__ porções de 115 ml) (10 porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	1 saquinho de suco artificial de sua preferência;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	100 g de bolacha Maisena ou Maria.	
Geladinho de coco (06 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	300 ml de leite;	
	2 colheres de açúcar (32g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 pacote de 100 g de coco ralado.	
Geladinho de manga (__ porções de 115 ml) (13 porções de 180 ml)	4 mangas grandes sem fiapo (aproximadamente 2 unidades por kg);	
	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de açúcar (50 g).	
Geladinho de goiaba (15 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	½ litro de leite;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	4 goiabas cortadas ao meio (aproximadamente 1 kg);	
	1 caixa de leite condensado.	

Fonte: Receita da Hora[16].

16 Disponível em: http://receitatodahora.com.br/7-receitas-de-geladinho-imperdiveis-para-fazer-e-vender/. Acessado em mai 2017.

Os estudantes fizeram isso para cada sabor, mas para a realização da Etapa III, fizemos um sorteio para que cada equipe escolhesse um único sabor. Assim, ao término da Etapa II, os discentes já tinham os valores atribuídos aos ingredientes, o total de porções de 115 ml e de 180 ml de cada um dos geladinhos e os gastos gerais de cada sabor. Esses dados estão apresentados no quadro a seguir, cujas ideias mostradas foram de suma importância para o desenvolvimento da última etapa.

QUADRO 3 - Alguns resultados da Etapa II.

Equipe	Sabor do geladinho	Gastos totais com cada sabor	Total de porções de 115 ml	Total de porções de 180 ml
01	Leite condensado	R$ 9,15	12	07
02	Chocolate econômico	R$ 10,10	12	08
03	Azul	R$ 3,86	15	09
04	Mousse de maracujá	R$ 9,30	16	10
05	Biscoito	R$ 4,60	16	10
06	Coco	R$ 6,66	06	04
07	Manga	R$ 9,60	20	13
08	Goiaba	R$ 7,60	15	09

Fonte: Sousa (2018, p. 183-185).

No final da Etapa II cada equipe também apresentou os valores do custo de produção, do preço de venda e do lucro que obteriam para cada unidade dos geladinhos de 115 ml e de 180 ml, respectivamente, conforme mostramos no quadro a seguir.

QUADRO 4 - Valor do custo de produção, do preço de venda e do lucro dos geladinhos.

Equipe	Geladinho de 115 ml (01 porção) (Valor em reais)			Geladinho de 180 ml (01 porção) (Valor em reais)		
	Custo de produção	Preço de venda	Lucro	Custo de produção	Preço de venda	Lucro
01	R$ 0,76	R$ 1,25	R$ 0,49	R$ 1,30	R$ 2,00	R$ 0,70
02	R$ 0,84	R$ 1,00	R$ 0,16	R$ 1,26	R$ 1,50	R$ 0,24
03	R$ 0,25	R$ 0,75	R$ 0,50	R$ 0,42	R$ 1,00	R$ 0,58
04	R$ 0,60	R$ 1,00	R$ 0,40	R$ 1,00	R$ 1,50	R$ 0,50
05	R$ 0,30	R$ 1,00	R$ 0,70	R$ 0,46	R$ 1,25	R$ 0,79
06	R$ 1,11	R$ 1,50	R$ 0,39	R$ 1,66	R$ 2,00	R$ 0,34
07	R$ 0,48	R$ 0,75	R$ 0,27	R$ 0,73	R$ 1,00	R$ 0,27
08	R$ 0,50	R$ 1,50	R$ 1,00	R$ 0,84	R$ 2,00	R$ 1,16

Fonte: Sousa (2018, p. 187).

6.3 Etapa III: investigação e modelagem da situação

Após a leitura do texto e análise do quadro de sabores, ingredientes e porções de geladinhos, os alunos discutiram o seguinte enunciado:

QUADRO 5 – Texto da Etapa III

> Depois da leitura do texto e da análise feita do quadro, imagine que vocês se tornarão empreendedores da venda de geladinhos, sendo que na sua produção haja a venda de 500 geladinhos, que variam em dois tamanhos: uns de 115 ml e outros de 180 ml. Escolha uma das receitas do quadro da Etapa II e discutam em grupo de 4 pessoas, estratégias para que as suas vendas sejam bem-sucedidas. Coloque todas as suas ideias no papel, incluindo a escrita delas, as expressões matemáticas formuladas e os gráficos que vocês conseguirem elaborar. Use o conteúdo de função afim para a discussão de suas ideias. No final de tudo, elabore um cartaz para a divulgação de suas vendas.

Para a resolução dessa Etapa os discentes utilizaram os resultados apresentados no Quadro 4. Esta etapa durou três encontros, em um total de sete aulas. Nessa nova etapa, cada equipe fez uma divisão das 500 unidades, com o respectivo sabor sorteado ao final da Etapa II, sendo que nessa divisão cada grupo organizou um método de venda com os dois tamanhos de geladinhos fornecidos. Nessa Etapa, a ideia foi abordar o conteúdo de função afim, sendo que essas funções tinham x como variável independente, representando a quantidade de geladinhos, e como variável dependente $y = f(x)$, representando ora o custo de produção, ora o preço de venda, ora o lucro. Também atribuímos a responsabilidade de criação de estratégias de venda à cada equipe, incluindo a criação de *marketing* para promoção do produto.

No quadro a seguir apresentamos os resultados encontrados pelas equipes.

QUADRO 6 - Funções que modelam o custo de produção, o preço de venda e o lucro dos geladinhos.

Equipe	Geladinho de 115 ml (01 porção) (função afim)			Geladinho de 180 ml (01 porção) (função afim)		
	Custo de produção	**Preço de venda**	**Lucro**	**Custo de produção**	**Preço de venda**	**Lucro**
01	$f(x)=0,76x$	$f(x)=1,25x$	$f(x)=0,49x$	$f(x)=1,30x$	$f(x)=2,00x$	$f(x)=0,70x$
02	$f(x)=0,84x$	$f(x)=1,00x$	$f(x)=0,16x$	$f(x)=1,26x$	$f(x)=1,50x$	$f(x)=0,24x$
03	$f(x)=0,25x$	$f(x)=0,75x$	$f(x)=0,50x$	$f(x)=0,42x$	$f(x)=1,00x$	$f(x)=0,58x$
04	$f(x)=0,60x$	$f(x)=1,00x$	$f(x)=0,40x$	$f(x)=1,00x$	$f(x)=1,50x$	$f(x)=0,50x$
05	$f(x)=0,30x$	$f(x)=1,00x$	$f(x)=0,70x$	$f(x)=0,46x$	$f(x)=1,25x$	$f(x)=0,79x$
06	$f(x)=1,11x$	$f(x)=1,50x$	$f(x)=0,39x$	$f(x)=1,66x$	$f(x)=2,00x$	$f(x)=0,34x$
07	$f(x)=0,48x$	$f(x)=0,75x$	$f(x)=0,27x$	$f(x)=0,73x$	$f(x)=1,00x$	$f(x)=0,27x$
08	$f(x)=0,50x$	$f(x)=1,50x$	$f(x)=1,00x$	$f(x)=0,84x$	$f(x)=2,00x$	$f(x)=1,16x$

Fonte: Sousa (2018, p. 189).

No último encontro, que duraram três aulas, cada equipe apresentou a sua produção para as demais equipes, o que nos deixou contentes pelos resultados obtidos e pelo empenho alcançado na resolução de cada etapa da atividade. Cada equipe mencionou as suas estratégias de descobertas das funções, apresentou os gráficos relacionados a cada item e falou de suas concepções a respeito da venda de geladinhos, o que nos fez refletir junto com eles sobre as possibilidades que uma aula investigativa apresenta para a melhoria do ensino de Matemática.

7 Algumas considerações finais

Diante das discussões e dos resultados encontrados nessa pesquisa, acreditamos que o uso de contextos cotidianos na sala de aula pode contribuir para uma melhoria do ensino de função afim no ambiente escolar. Estamos considerando que contextos cotidianos atrelados aos contextos escolares conseguem prender a atenção dos estudantes para levantar hipóteses e formar conjecturas, colaborando também na criação de uma concepção crítica de cada sujeito, levando-o a perceber que a escola é o lugar onde cada indivíduo pode defender o seu ponto de vista e também mudar de concepção.

Ao longo de nossas discussões foi possível perceber isso, pois essa investigação nos possibilitou compreender que, além da exploração matemática, muitas outras concepções, que são de suma importância para o nosso cotidiano, estiveram presentes ao longo da sua discussão.

Em suma, as ideias discutidas ao longo desse capítulo nos ajudaram a compreender que uma aula investigativa, dependendo do contexto circunstanciado em que ocorre, pode contribuir bastante para que os discentes aprendam muito além do âmbito matemático. Também nos fizerem perceber que, usando suas próprias ideias, os estudantes conseguem produzir significados, surpreendendo ao longo de todo o percurso investigativo.

Referências

ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de matemática**. São Paulo/ Campina Grande. PB: Livraria da Física/ Eduepb, 2016.

D'AMBROSIO, Beatriz; LOPES, Celi Espasandin (orgs.). **Ousadia Criativa nas Práticas de Educadores Matemáticos**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015.

LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus et al. (orgs.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática:** 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012, p.11-30.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI.** Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1997.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1987.

NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin. **Escritas e leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte. Autêntica Editora, 2007.

PONTE, João Pedro; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SILVA, Amarildo Melchiades. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática**. 2003. 243f. Tese de doutorado (Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática), UNESP, Rio Claro – SP, 2003. Disponível em: http://www.ufjf.br/amarildo_melchiades/files

/2011/06/TESE-Sobre-a-din%C3%A2mica-da-Produ%C3%A7%C3%A3o-de-Significados-Amarildo.pdf. Acesso em: 28 mai. 2017.

SOUSA, Ivan Bezerra. **Produção de significados a partir de investigações matemáticas:** função afim e contextos cotidianos. 2018. 250f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2018. Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPB_031797091d349ce82c81bba1d3a74e1d. Acesso em 24 jun. 2020.

SOUSA, Ivan Bezerra; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. **Empreendedorismo e função afim:** contextos cotidianos e aulas investigativas. Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/568244. Acesso em: 24 jun. 2020.

ENSINO DA REGRA DE TRÊS SIMPLES POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS DE CONCEITUAÇÃO

Marcelo Baía da Silva
Pedro Franco de Sá

1 Apresentação

O ensino da Matemática vem recebendo críticas ao longo do tempo. Em Sá (1999), encontramos o registro das seguintes queixas ao referido ensino: a) A forma de ensino é desvinculada de realidade, b) os assuntos são apresentados de forma pronta e acabada, c) É dada muita ênfase aos cálculos em detrimento das ideias, d) Há pouca ligação com as demais disciplinas e f) Estimula-se a memorização mecânica em detrimento da compreensão.

As características supra apresentadas "contribuem para a formação de um cidadão apático, obediente cego, sem criatividade e iniciativa" (SÁ, 1999, p. 77-78). Nesse sentido, concordamos com o autor, já que nessas condições não ocorre, de fato, a formação de um cidadão.

A nossa experiência como discente, em primeiro lugar, e como docente de Matemática na Educação Básica, em segundo lugar, nos permite ter clareza de vários conteúdos de Matemática que os discentes apresentam mais dificuldades durante os processos de ensino, aprendizagem e avaliação. No Ensino Fundamental, em particular, muitos assuntos de Matemática são vistos como problemáticos durante os referidos processos. Um deles é o assunto conhecido como regras de três.

Em Silva (2018), são encontrados resultados de uma consulta realizada com 100 discentes que já haviam estudado o referido assunto sobre quais os aspectos mais difíceis durante o estudo de regras de três. O estudo mostrou também os aspectos considerados menos difíceis, a saber: a) determinar quando uma grandeza é diretamente proporcional à outra grandeza; b) determinar quando uma grandeza é inversamente proporcional à outra grandeza; c) armar a regra de três simples com base no enunciado; d) resolver problemas de regra de três simples envolvendo grandezas diretamente proporcionais; e) resolver problemas de regra de três simples envolvendo grandezas inversamente proporcionais; f) resolver problemas de regra de três composta envolvendo somente grandezas diretamente proporcionais; g) resolver problemas de regra de três composta somente com grandezas inversamente proporcionais e h) resolver problemas de regra de três composta envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais. Para mais resultados sobre o ensino de regra de três e as suas implicações no aprendizado desse objeto recomendamos a leitura de Sá e Costa (2014), Silva (2011) e Silva (2018).

Neste capítulo analisamos duas atividades para o ensino de regras de três simples que foram propostas e validadas por Silva (2018), sob a orientação do segundo autor deste trabalho, durante a aplicação das atividades em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual de ensino do município de Belém no Estado do Pará.

2 O ensino de Matemática por atividades experimentais

O ensino por meio de atividades, de acordo com Sá (2019, p. 14), apoiado em Loss (2016), teria surgido no Brasil com a concepção pedagógica da Escola Nova durante o século XX, como uma reação ao ensino tradicional que priorizava apenas a aula expositiva como técnica de ensino e o aprendizado se materializava pela memorização dos conteúdos.

Para o autor supracitado, os atores sociais que propuseram esse modo de trabalho em sala de aula por meio de atividades descoberta foram Jerome Bruner e o filósofo John Dewey. Essa concepção pedagógica de ensino serviu de base teórica para o que o autor hoje chama de *Ensino de Matemática por Atividades*.

O ensino concebido por meio de atividades de descoberta possui, segundo Sá (2019, p. 15-16), fundamentado em Henning (1986), vantagens em sua utilização, tais como: i) Aprender por descoberta é aprender a aprender; ii) Aprender por descoberta é automotivador e autogratificante; iii) Aprender por descoberta aumenta a capacidade de pensar e de raciocinar; iv) Aprender por descoberta facilita a transferência e memorização.

Com base nesse pressuposto de Henning (1986), Sá (2019) direciona o estudo para o contexto do ensino de Matemática pontuando algumas características dentre as quais destacamos o fato de: levar em consideração os conhecimentos prévios dos discentes; os resultados são institucionalizados ao final da atividade; não dispensar a participação do docente; de ser adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos e de buscar a interação entre discentes e docente.

O ensino por atividades pode ser utilizado conforme cada objetivo traçado pelo docente em suas aulas. Assim, se o docente pretende ensinar o conceito de um objeto matemático, o recomendado, segundo Sá (2019, p. 17), é utilizar atividades de conceituação, porque o discente passa a perceber fato(s) desse objeto. Caso o docente pretenda que o discente identifique uma relação ou propriedade do objeto matemático ou ainda uma operação matemática, é recomendado o uso de atividades de redescoberta.

Para que o desenvolvimento do ensino de matemática por atividades ocorra da maneira esperada em sala de aula, Sá (2019, p. 18) destaca a necessidade de ocorrer *Momentos do Ensino de Matemática por Atividades*. Esses momentos constam tanto nas atividades de conceituação como nas de redescoberta e são distribuídos em seis momentos: ***organização, apresentação, execução, registro, análise e***

institucionalização. O Quadro 1 a seguir sintetiza os momentos de uma atividade experimental de conceituação segundo o autor em questão.

Quadro 1 - Momentos de uma atividade experimental de conceituação

Momento	Correspondência com a atividade científica	Participação docente	Participação dos discentes
Organização	Organização do ambiente da experiência	dirigir as ações, orientar a formação das equipes sem imposições, demonstrar segurança e que planejou com cuidado a atividade e evitar que os discentes desperdicem tempo com ações alheias a organização da turma.	Se organizarem, preferencialmente, espontaneamente em equipes com no máximo 4 participantes e no mínimo 2.
Apresentação	Orientação a equipe de trabalho	distribuir o material necessário para a realização da atividade incluindo o roteiro da mesma.	Atenção às informações apresentadas.
Execução	Execução da experiência	deixar as equipes trabalharem livremente, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar nas dúvidas, quando solicitado ou perceber dificuldade de execução, que possam surgir em cada equipe no ocorrer da realização do procedimento.	procurar seguir as instruções previstas no roteiro da atividade, sem conversas paralelas ou atenção para assuntos alheios a atividade.
Registro	Sistematização dos resultados	supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar dirimindo as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo.	registrar as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro.

Momento	Correspondência com a atividade científica	Participação docente	Participação dos discentes
Análise	Análise dos resultados produzidos	Quando alguma equipe apresentar dificuldade para perceber uma relação ou regularidade válida a partir das informações registradas o docente deve auxiliar a equipe por meio da formulação de questões ou sugestões que auxiliem os membros da mesma a perceberem uma relação válida.	Analise as informações que foram registradas e percebam a relação desejada com base nas informações registradas.
Institucionalização	Elaboração inicial de um conceito; Divulgação dos resultados	solicitar que um representante de cada equipe vá ao quadro e registre a observação(ões) elaborada(s) por sua equipe. Após analisar as observações registradas o docente deve perguntar as equipes quais das conclusões apresentadas permitem a alguém que não participou da atividade entender relação estabelecida. Finalmente o docente pode apresentar a turma um conceito ou definição junto com a turma que descreva o objeto matemático que foi percebido durante os momentos da execução e análise da atividade. Com a elaboração do conceito ocorre a finalização da atividade.	Registrar a observação ou observações de cada equipe para que todos possam analisar. Participar da elaboração da definição oficial da turma

Fonte: Adaptado de Sá (2019)

De posse desse embasamento teórico sobre os momentos de um ensino por atividade, vejamos como isso acontece no ensino de regra de três simples.

3 A atividade de conceituação de grandezas diretamente proporcionais

A referida atividade será identificada como Atividade 1, que foi construída com objetivo de levar o discente a identificar particularidades das grandezas diretamente proporcionais por meio de questões. A Atividade 1 é composta de quatro situações para auxiliar a construção e aprofundamento do conceito de grandezas diretamente proporcionais.

Sobre as situações que compõem a Atividade 1, destacamos a primeira situação, porque é nesta que os discentes irão perceber, após o preenchimento do quadro, as particularidades das grandezas diretamente proporcionais. Falamos mais dessas particularidades no decorrer do texto.

FIGURA 1 - Atividade de conceituação de grandezas diretamente proporcionais

Atividade 1

Título: Grandezas diretamente proporcionais
Objetivo: Conceituar grandezas diretamente proporcionais
Material: Folha de situações, calculadora, caneta ou lápis e borracha.
Procedimento:
Leia cuidadosamente cada uma das situações apresentadas;
Preencha os espaços em branco dos quadros de cada situação;
Responda as questões propostas.

Situação 1

Carla percebeu que a torneira de seu banheiro estava vazando. Para medir o vazamento por minuto, colocou um recipiente graduado em ml sob a torneira. Veja o que ela observou.

Quadro 1

Tempo em minutos	Volume de água em ml	A razão entre o volume de água e o tempo	A razão entre o tempo e o volume de água	Tempo x volume de água
1	5			
2	10			
	15			
4				
5	25			
6				
	35			
8				
	45			
10				
11	55			
	60			

Observações:

tuação 2 . Mariana pesquisou a produção de uma usina de açúcar e anotou o número de sacas oduzidas no decorrer de um dia. Para tanto, Mariana trabalhou com duas grandezas: tempo e odução. Ela mediu o tempo em horas e a produção em sacas de açúcar, representados no Quadro 2 a guir:

Quadro 2

Tempo em hora	1	2	3	4	5			8		10
Produção de açúcar em sacas	4		12		20	24	28		36	

tempo e **produção de açúcar** são grandezas diretamente proporcionais? Por quê?

Situação 3: Um empresário do ramo de açaí vende o litro por R$ 8,00. O Quadro 3 relaciona a venda em itros com o valor a pagar em reais.

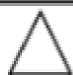
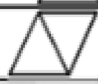
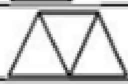
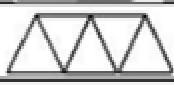
Quadro 3

Litros de açaí vendido	1	2		4	5	6		8	9	10
Valor a pagar em reais	8		24				56			80

As grandezas **litros de açaí** e **o valor a pagar** são grandezas diretamente proporcionais? Por quê?

Situação 4: Uma das formas de representar figuras geométricas planas é por meio de palitos. Abaixo estão algumas representações de triângulos com o uso de palitos e a respectiva quantidade de palitos utilizada para essas representações, como mostra o Quadro 4 abaixo.

Quadro 4

Figura	Quantidade de triângulos	Quantidade de Palitos
		
		
		
		
		

A quantida de triângulos e a quantidade de palitos são diretamente proporcionais? Por quê?

Fonte: Adaptado de Silva (2018)

Para o uso dessa atividade em sala de aula, recomendamos as orientações elencadas no Quadro 2 adiante, pois, com base em nossa experiência, julgamos que desse modo o processo de apresentação do conceito de grandezas diretamente proporcionais acontece conforme o esperado e, assim, o objetivo da Atividade 1 será alcançado.

QUADRO 2 - Orientações para a realização da Atividade 1

1º)	Formar as equipes em sala de aula com, no mínimo, 2 discentes ou, no o máximo, 4 discentes;
2º)	Distribuir para as equipes o material impresso contendo apenas a **situação 1** da atividade 1;
3º)	Ler atividade de forma cautelosa com a turma, enfatizando os procedimentos de execução da atividade 1;
4º)	Solicitar às equipes que resolvam a situação 1 da atividade 1;
5º)	Após o término da resolução, solicitar que as equipes analisem o comportamento dos dados do quadro da situação 1 e, em seguida, redijam suas observações a respeito desses dados no local indicado;
6º)	Verificar se todas as equipes construíram as observações, caso exista alguma equipe que não construiu as observações, o docente deverá auxiliá-la nessa construção por meio de intervenções pedagógicas, mas sempre tendo o cuidado de permitir que a equipe proceda de forma autônoma na construção das observações;
7º)	Apresentar a primeira informação sobre grandezas inversamente proporcionais e pedir que os discentes anotem essa informação;
8º)	Instigar o conhecimento dos discentes sobre a variação proporcional direta entre duas grandezas por meio das seguintes perguntas: I) O que acontece com o valor da grandeza volume de água quando multiplicamos por 2 o valor da grandeza tempo? II) O que acontece com o valor da grandeza volume de água quando multiplicamos por 3 o valor da grandeza tempo? III) O que ocorre com o valor da grandeza tempo quando dividimos por 2 o valor da grandeza volume de água? IV) O que ocorre com o valor da grandeza tempo quando dividimos por 3 o valor da grandeza volume de água?
9º)	Apresentar a segunda informação (o conceito) sobre grandezas diretamente proporcionais e pedir que os discentes anotem esse conceito;
10º)	Entregar as equipes a segunda parte do material impresso da atividade 1 contendo as situações 2, 3 e 4;
11º)	Solicitar às equipes que resolvam as situações propostas, fazendo sempre o acompanhamento dessas equipes na execução da tarefa, com pouca ou nenhuma intervenção pedagógica, para que o trabalho aconteça de forma autônoma e com o êxito esperado;
12º)	Após o término da resolução das situações 2, 3 e 4 pelas equipes, o docente entregará a cada discente um conjunto de questões de aprofundamento sobre grandezas inversamente proporcionais;
13º)	Ao término da resolução das questões de aprofundamento pelos discentes, o docente fará a correção junto à turma e apresentará os comentários que achar pertinentes sobre o objeto de estudo grandezas diretamente proporcionais. Após isso, encerra-se a atividade 1.

Fonte: Adaptado de Silva (2018)

As orientações apresentadas nesse Quadro 2 guiarão o docente no desenvolvimento da atividade de conceituação de grandezas diretamente proporcionais. No entanto, é necessário tecermos ponderações sobre alguns itens desse quadro para que o trabalho ocorra conforme o planejado para tal atividade: o docente dará a atenção devida ao 5º quinto item sobre a construção das observações, porque é o momento crucial para o êxito da atividade, dado que é com base nessa percepção do discente que construímos o conceito de grandezas diretamente proporcionais. Nesse sentido, é importante que o docente tenha o zelo de verificar se todas as equipes conseguiram construir as observações esperadas.

Essas observações devem apresentar as particularidades, ou algo próximo a isto, da relação proporcional direta entre duas grandezas, isto é, *a razão entre duas grandezas quaisquer é sempre constante* (*igual*) *e o produto dessas grandezas é sempre diferente*.

O próximo item é o sétimo, que trata da primeira informação sobre grandezas diretamente proporcionais apresentada pelo docente para a turma. E tal informação é a seguinte: *Quando a razão entre os valores de duas grandezas é constante, dizemos que as grandezas são diretamente proporcionais*.

Com essa primeira informação apresentada aos discentes, em que aparece uma das características das grandezas diretamente proporcionais, esperamos que tal característica conste nos registros construídos por eles em suas observações, pois, assim, a compreensão, ainda que inicial, da relação proporcional direta poderá acontecer.

O outro item é o oitavo, este trata das perguntas que o docente faz em sala de aula para obter as respostas esperadas, as quais sinalizarão a percepção dos discentes sobre a outra característica das grandezas diretamente proporcionais, a variação proporcional conjunta, que é relevante para compreender o conceito desse objeto de estudo. Nesse sentido, esperamos que os discentes apresentem as seguintes respostas sobre a relação proporcional direta entre duas grandezas: I) O que acontece com o valor da grandeza volume de água quando multiplicamos por 2 o valor da grandeza tempo? Resposta esperada: O volume de água dobra (ou fica multiplicado por 2); II) O que acontece com o valor da grandeza volume de água quando multiplicamos por 3 o valor da grandeza tempo? Resposta esperada: O volume de água triplica (ou fica multiplicado por 3); III) O que ocorre com o valor da grandeza tempo quando dividimos por 2 o valor da grandeza volume de água? Resposta esperada: O valor da grandeza tempo fica reduzido à metade (ou fica dividido por 2); IV) O que ocorre com o valor da grandeza tempo quando dividimos por 3 o valor da grandeza volume de água? Resposta esperada: O valor da grandeza tempo fica reduzido à terça parte (ou fica dividido por 3).

Depois dessas observações sobre a relação entre as duas grandezas analisadas pelos discentes, o docente apresenta o conceito de grandezas diretamente proporcionais, que pode ser o seguinte: *Duas grandezas são diretamente proporcionais se e somente se quando multiplicamos ou dividimos o valor de uma delas por um número, diferente de zero, o valor da outra fica também multiplicado ou dividido por esse mesmo número.*

A validade das observações elaboradas pelas nove equipes que participaram da Atividade 1 está sistematizada no Quadro 3 a seguir.

QUADRO 3 - Distribuição da validade das observações da Atividade 1

Validade das Observações	**%**
Válida	56%
Parcialmente válida	22%
Não válida	11%
Não elaborou observação	11%

Fonte: Silva (2018)

A análise dos resultados do Quadro 3 indica que foram produzidas observações válidas por mais de 75% das equipes que participaram da Atividade 1. Por fim, solicitamos às equipes que identificassem, entre dez contextos, quais representavam uma relação proporcional direta entre duas grandezas. E o desempenho das equipes está representado no quadro a seguir.

QUADRO 4 - Acerto da questão da Atividade 1

Equipe	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Acerto (%)	70	70	70	70	70	90	60	80	90

Fonte: Adaptado de Silva (2018)

A análise do Quadro 4 mostra que, para a capacidade dos grupos de identificar grandezas diretamente proporcionais, predominava o percentual a partir de 70%, o que indicou que a realização da Atividade 1 teve resultado positivo. A seguir, apresentamos a segunda atividade experimental de conceituação, que trata do conceito de grandezas inversamente proporcionais, além do que pretendemos com ela.

4 A atividade de conceituação de grandezas inversamente proporcionais

A atividade de conceituação de grandezas inversamente proporcionais está identificada como Atividade 2. Esta foi construída com o objetivo de levar o discente a identificar particularidades das grandezas inversamente proporcionais por meio de um problema, para que tais particularidades venham facilitar a compreensão e consolidação do conceito desse objeto de estudo, que é formalizado pelo docente na turma no momento oportuno. Essa atividade é composta de quatro situações que relacionam quantidades inversamente proporcionais, visando a alcançar o objetivo da atividade, com exceção da última situação cuja relação entre as grandezas não é inversamente proporcional, o que se apresenta como um contraexemplo na Atividade 2.

Adiante trazemos a referida atividade e as respectivas situações que subsidiam os alunos na compreensão e construção do conceito de grandezas inversamente proporcionais.

FIGURA 2 - Atividade de conceituação de grandezas inversamente proporcionais

Atividade 2

Título: Grandezas inversamente proporcionais
Objetivo: Conceituar grandezas inversamente proporcionais.
Material: Folha de situações, calculadora, caneta ou lápis e borracha.
Procedimento:
Leia cuidadosamente cada uma das situações apresentadas;
Preencha os espaços em branco dos quadros de cada situação;
Responda as questões propostas.

Situação 1
Um reservatório de água fica totalmente cheio após 72 horas com uma única torneira em funcionamento. No entanto, com duas torneiras idênticas a primeira o reservatório estaria cheio em 36 horas. De acordo com esse raciocínio, o Quadro 1 relaciona a quantidade de torneiras e o tempo em horas necessário para encher o reservatório.

Quadro 1

Quantidade de torneiras	Tempo em horas	A razão entre a quantidade de torneiras e o tempo	A razão entre o tempo e a quantidade de torneiras	Quantidade de torneiras × Tempo
1	72			
2	36			
3				
	18			
6				
8				
9	8			
12				

Observações

Situação 3:
Uma bolinha se desloca de um ponto A até um ponto B localizado a uma determinada distância. A velocidade da bolinha, em metros por segundo, e o tempo em segundos correspondente que ela gasta nesse deslocamento estão representados no Quadro 3 abaixo:

Quadro 3

Velocidade em m/s	1	2	3		5	6	9	10	12
Tempo em segundos	180	90		45					15

As grandezas **velocidade** e **tempo** são grandezas inversamente proporcionais? Por quê?

Situação 4:
Uma peça de metal é retirada de um forno para resfriamento, passado um minuto a peça estava com uma temperatura de 120º C (grau Celsius), após dois minutos a temperatura do metal já era de 110º C. Seguindo esse princípio, o Quadro 4 apresenta a relação entre o tempo decorrido em minutos e a variação de temperatura do metal em grau Celsius.

Quadro 4

Tempo em minutos	1	2	3		5		7	8	9	
Temperatura (º C)	120	110		90		70				30

As grandezas **tempo** e **temperatura** são grandezas inversamente proporcionais? Por quê?

Fonte: Silva (2018)

Novamente destacamos a primeira situação, porque é nesta que os discentes devem perceber, após o preenchimento do quadro, as particularidades das grandezas inversamente proporcionais ao relacionarem duas quantidades presentes na situação. À frente falamos mais sobre essas particularidades das grandezas inversamente proporcionais.

A seguir apresentamos as orientações para o docente desenvolver a Atividade 2, de conceituação, mencionada neste texto e também como proceder na apresentação da técnica da regra de três simples.

5 Orientações para a utilização da atividade de conceituação de grandezas inversamente proporcionais

As orientações para o uso da Atividade 2 são semelhantes às utilizadas na atividade anterior, apresentando apenas algumas diferenças no que se refere ao objeto de estudo. No entanto, o rito de execução é o mesmo utilizado na Atividade 1. Desse modo, o docente deve seguir as orientações elencadas no Quadro 2, mas com algumas ressalvas, como no quinto item que agora trata da construção das observações sobre a relação proporcional inversa e não mais a direta, como aparece no quadro.

Essas observações devem apresentar as particularidades, ou algo próximo a isto, da relação proporcional inversa entre duas grandezas, isto é, *tais grandezas apresentam sempre razão diferente entre duas quantidades quaisquer e o produto entre essas quantidades é sempre constante* (*igual*).

Outro item que ajustamos é o sétimo. Nele o professor passa apresentar a primeira informação sobre as grandezas inversamente proporcionais, ao invés de grandezas diretamente proporcionais. E a informação é a seguinte: *Duas grandezas são chamadas inversamente proporcionais, quando o produto de cada valor da primeira grandeza pelo valor correspondente da segunda é sempre o mesmo*.

Já no oitavo item, o professor faz perguntas em sala de aula aos estudantes sobre a relação inversa, e não mais direta como antes. E as perguntas com as respostas esperadas são as seguintes: I) O que ocorre com o valor do tempo para encher o reservatório quando multiplicamos por 2 a quantidade de torneiras? Resposta esperada: *o valor do tempo ficará dividido por* 2 (*ou será a metade*); II) O que ocorre com o valor do tempo para encher o reservatório quando multiplicamos por 3 a quantidade de torneiras? Resposta esperada: *o valor do tempo ficará dividido por* 3 (*ou será a terça parte*); III) O que acontece com a quantidade de torneiras quando dividimos por 2 o valor do tempo? Resposta esperada: *a quantidade de torneiras ficará multiplicada por* 2 (*ou dobrará*); IV) O que acontece com a quantidade de torneiras quando dividimos por 3 o valor do tempo? Resposta esperada: *a quantidade de torneiras ficará multiplicada por* 3 (*ou triplicará*).

Essas respostas, ou algo similar a elas, são indicativos importantes para o professor, pois, sinalizam uma percepção, ainda que inicial, da relação proporcional inversa entre duas grandezas pelos alunos, o que certamente ajudará na compreensão do conceito de grandezas inversamente proporcionais.

E a última ressalva é no nono item, quando o professor apresenta o conceito sobre grandezas inversamente proporcionais e não mais sobre grandezas diretamente proporcionais. Desse modo, o citado conceito é: *Duas grandezas são inversamente proporcionais, quando o valor de uma delas é multiplicado por dois, por três, por quatro etc., o valor da outra grandeza fica dividido por dois, por três, por quatro etc., respectivamente.*

Já com relação aos demais itens de execução da Atividade 2, que não foram falados nas orientações dessa atividade, seguem conforme as diretrizes mostradas no Quadro 2, mencionado anteriormente.

Quanto às observações construídas pelas equipes na realização da Atividade 2, trazemos o quadro a seguir sobre a classificação de validade dessas observações.

QUADRO 5 - Distribuição da validade das observações da Atividade 2

Validade das Observações	%
Válida	89%
Parcialmente válida	---
Não válida	11%
Não elaborou observação	---

Fonte: Silva (2018)

A análise dos resultados do Quadro 5 indica que foram produzidas observações válidas por quase 90% das equipes que participaram da Atividade 2, o que em nossa avaliação é um indicativo de sucesso da atividade em questão. Também solicitamos às equipes, após concluírem a Atividade 2, que mostrassem, entre dez contextos apresentados, quais indicavam uma relação proporcional inversa entre duas grandezas. E os desempenhos das equipes foram os seguintes:

QUADRO 6 - Acerto da questão da Atividade 2

Equipe	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Acerto (%)	80	40	40	40	60	60	0	50	40

Fonte: Adaptado de Silva (2018)

A análise dos resultados do Quadro 6 indica que o acerto teve variação muito grande, o que pode deixar a impressão de insucesso. Entretanto, tal resultado ocorreu em virtude dos alunos precisarem visualizar os valores para poderem determinar, com segurança, se duas grandezas eram ou não inversamente proporcionais. Fato não ocorrido na Atividade 1.

Em Silva (2018) as duas atividades apresentadas neste texto duraram, cada uma, *três horas-aulas*, o que pode parecer, à primeira vista, um desperdício de tempo. Mas, os resultados positivos mostrados nos Quadros 3 e 5, acerca das observações construídas, revelaram que o tempo foi bem utilizado. Adiante apresentamos as diretrizes para o docente seguir ao aplicar a técnica da regra de três simples.

6 Apresentação da técnica da regra de três simples

Após os conceitos de grandezas direta e inversamente proporcionais serem consolidados pelos discentes com a realização das duas atividades mostradas aqui, o docente deve apresentar a técnica da regra de três simples por meio do seguinte roteiro:

QUADRO 7 - Orientações para aplicação da regra de três simples

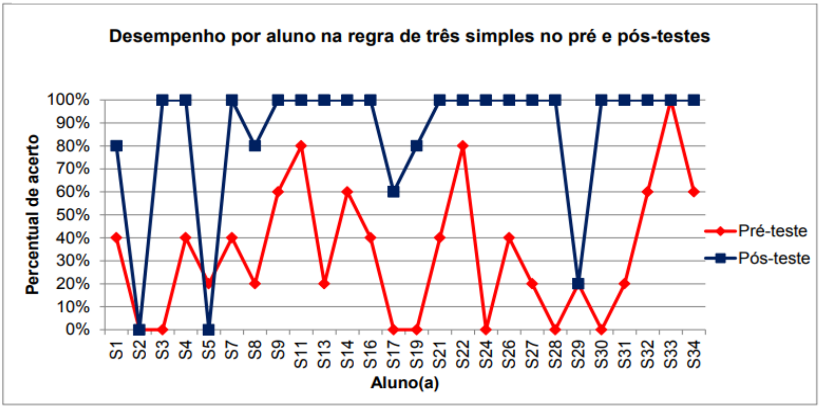
I- Identificar as grandezas no problema; II- Montar o quadro com as grandezas e seus respectivos valores; III- Classificar as grandezas em diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais; IV- Determinar o valor de x por meio da proporção simples (para as grandezas diretamente proporcionais) ou por meio da igualdade de produtos (para as grandezas inversamente proporcionais).

Fonte: Silva (2018)

O uso desse roteiro na aplicação da regra de três simples se mostrou eficaz para o ensino desse objeto de estudo no 7º ano de Ensino Fundamental, pois, segundo Silva (2018), os discentes apresentaram resultados satisfatórios ao aplicarem a regra na resolução de problemas com duas grandezas proporcionais. No entanto, atribuímos esse bom desempenho no uso da regra de três simples às atividades de conceituação mostradas aqui, pois sem a consolidação dos conceitos de grandezas direta e inversamente proporcionais certamente os resultados seriam outros.

Como forma de corroborar o que dissemos no parágrafo anterior, apresentamos o Gráfico 1 adiante sobre o desempenho dos alunos ao resolverem questões de regra de três simples em dois testes.

GRÁFICO 1 - Desempenho por discente em regra de três simples nos pré e pós-testes



Fonte: Silva (2018)

O Gráfico 1 mostra como o desempenho dos discentes melhorou no aprendizado da regra de três simples após a aplicação das atividades de conceituação de grandezas direta e inversamente proporcionais, já que 73% dos discentes que participaram da pesquisa obtiveram 100% de acerto nas questões de regra de três simples do pós-teste.

Nesse sentido acreditamos que as atividades fomentadas para o ensino de regra de três simples minimizam as dificuldades registradas pelos estudantes na consulta feita por Silva (2018) sobre o estudo das regras de três.

Os resultados do trabalho de Silva (2011) confirmam ainda mais o que estamos defendendo neste texto, isto é, o ensino e o aprendizado da regra de três só acontecem efetivamente quando os discentes compreendem os conceitos de grandezas direta e inversamente proporcionais, pois se isso não ocorre o ensino dessa regra não passa de mera manipulação algébrica e sem sentido para o discente.

Assim, a proposta de ensino por meio de atividades de conceituação de grandezas direta e inversamente proporcionais apresentada aqui, que é parte de um trabalho maior testado em campo e validado, legitima-se como uma forma de trabalho exequível em sala de aula que pode auxiliar docentes e discentes nos processos de ensino e aprendizagem dessa técnica milenar de resolver problemas denominada de regra de três.

7 Considerações finais

Os resultados apresentados neste capítulo indicam que um trabalho didático mais cuidadoso com os conceitos de grandezas direta e inversamente proporcionais é fundamental para os processos de ensino, aprendizagem e avaliação das regras de três simples. O alto percentual (100%) de acerto no pós-teste indica que o tempo a mais gasto para o ensino das regras de três simples é necessário e recompensador.

A nossa experiência com a utilização dessas atividades de conceituação em sala de aula mostrou que os discentes reagiram positivamente com essa forma diferenciada de ensinar o conteúdo matemático, pois possibilitou a eles participarem ativamente dos processos de ensino e aprendizado, uma vez que eles interagiram com seus pares na construção do conhecimento, deixando, assim, de ser apenas receptores de informação, como geralmente acontece nas aulas expositivas, além de vivenciarem empiricamente os princípios que norteiam o conceito do objeto matemático que se quer ensinar.

O ensino e o aprendizado de Matemática podem acontecer, nesse contexto, de forma aprazível para o discente sem que este repudie a disciplina. Queremos recomendar a utilização desta proposta de trabalho para a sala de aula aos docentes, que apresenta o ensino de regra de três simples por meio de atividades de conceituação, mas sem a pretensão de amarrar essa proposta de ensino como algo definitivo, porque entendemos que ajustes podem acontecer durante o processo de utilização, porque é dessa maneira que melhoramos a prática docente e a construção do conhecimento, neste caso especial, o da regra de três.

Referências

HENNING, Georg J. **Metodologia do ensino de ciências**. Porto Alegre: Mercado Aberto, 1986.

LOSS, Adriana Salete. **Anos iniciais:** metodologia para o ensino da matemática. Curitiba: Appris, 2016.

SÁ, Pedro Franco. **Possibilidades de ensino de matemática por atividades.** Belém: IFPA/SINEPEM, 2019. Disponível em: http://sinepem.sbempara.com.br/file/V7.pdf. Acesso em 10 jan. 2020.

SÁ, Pedro Franco de. Ensinando matemática através da redescoberta. **Traços**, Belém, v. 2, n. 3, p. 77-81, 1999.

SÁ, Pedro Franco; COSTA, Ana Rita Silva. O ensino de matemática por atividade: uma experiência com regra de três. In: SÁ, Pedro Franco; JUCÁ, Rosineide de Sousa (Org.). **Matemática por atividades:** experiências didáticas bem-sucedidas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014. p. 97-112.

SILVA, Denivaldo Pantoja da. **Regra de três:** prática escolar de modelagem matemática. 2011. 88 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Belém, 2011.

SILVA, Marcelo Baía da. **Ensino de regra de três por atividades.** 2018. 482 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

AS CRENÇAS DE AUTOEFICÁCIA DOCENTE NO ENSINO DE ÁLGEBRA

Anderson Cangane Pinheiro
Nelson Antonio Pirola

1 Apresentação

No cenário educacional atual há a percepção de uma crescente busca por novas metodologias, recursos pedagógicos e práticas docentes que potencializem os processos de ensino e aprendizagem. Essa busca é justificada quando consideramos os resultados das avaliações educacionais que vem apresentando um baixo desempenho dos alunos da educação básica, especialmente em matemática. Os relatórios do Programa Internacional de Avaliação dos Alunos (PISA) de 2015[17] e 2018 destacam que a pontuação média dos estudantes em matemática em 2015 foi de 377 e em 2018 foi de 384, bastante inferior à média internacional que foi de 490 e, ainda que, aproximadamente 68% dos alunos da educação básica estão classificados no nível mais baixo de proficiência em matemática. Esses resultados podem indicar, portanto, que os alunos não desenvolvem as habilidades cognitivas consideradas essenciais e que estão previstas nos currículos oficiais.

17 Disponíveis em http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf e em https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_BRA.pdf, acessados em 12/05/2020.

A análise dos resultados educacionais suscita questionamentos sobre os fatores que influenciam os processos de ensino e de aprendizagem e, atualmente, inúmeras pesquisas e trabalhos acadêmicos apontam para fatores de ordem cognitiva, afetiva e emocional. Diferentemente do senso comum que dominou boa parte dos educadores, as dificuldades de ensino e de aprendizagem não estão ligadas somente a aspectos cognitivos. Por exemplo, no estudo de Hazin, Frade e Falcão (2010) foi identificada empiricamente uma conexão entre aspectos afetivos e cognitivos em crianças da educação infantil na aprendizagem de conteúdos matemáticos. Para os autores, a autoestima está conectada ao desempenho escolar em matemática.

Mesmo que os resultados não indiquem uma "relação de causalidade em determinada direção" (HAZIN; FRADE; FALCAO, 2010, p. 52) a conexão entre a afetividade e a cognição existe e precisa ser investigada. Além desse estudo, citamos os trabalhos de Brito (1996), Loos (2003), Viana e Brito (2004), Faria (2006), Menegat (2006), Castro (2007), Dobarro (2007), Moreira (2007), Brito (2008), Cazorla et al (2008), Justulin e Pirola (2008), Souza e Brito (2008), Macedo e Bzuneck (2009), Azzi, Guerreiro-Casanova e Dantas (2010), Vignoli (2014), Marmitt, Moraes e Basso (2015), Pinheiro e Pirola (2017) e Pinheiro (2018). Na pesquisa de Viana e Brito (2004) foi encontrada uma relação entre as atitudes dos alunos do Ensino Médio em relação à Geometria e a resolução de problemas geométricos, ou seja, os alunos que demonstraram atitudes negativas em relação à Geometria também demonstraram dificuldades em resolver problemas com figuras geométricas. Da mesma forma, na dissertação de Moreira (2007), a autora destaca que a vida afetiva dos estudantes bem como as emoções estão presentes nos problemas de aprendizagem.

Em todos esses trabalhos citados os autores apresentam resultados e conclusões na direção de uma relação entre a afetividade, emoções e a cognição e o impacto dessa relação nos processos de ensino e de aprendizagem, geralmente, representado nos resultados educacionais.

Neste capítulo abordaremos um constructo conhecido como *crença de autoeficácia*. Este constructo revela as crenças de uma pessoa em relação às suas próprias capacidades para a realização de tarefas e para alcançar um determinado objetivo. Apresentaremos como produto educacional uma escala de autoeficácia docente que pode ser utilizada para avaliar as crenças dos professores para o ensino. A escala foi elaborada para avaliar as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do que denominamos de *pensamento algébrico*.

A escolha da Álgebra para a avaliação das crenças de autoeficácia docente se deu pela sua importância como a linguagem da própria Matemática. Como destaca Pinheiro (2018, p. 18) "a presença da Álgebra em outras áreas da própria Matemática e em outras áreas de conhecimento é usual e até necessária, especialmente quando há a exigência de uma linguagem que expresse conceitos ou a generalização de operações". Ainda, como afirma Gómez-Granell (1996):

> [...] o conhecimento matemático é profundamente dependente de uma linguagem específica, de caráter formal, que difere muito das linguagens naturais. A característica dessa linguagem é tentar abstrair o essencial das relações matemáticas, eliminando qualquer referência ao contexto ou à situação, ao ponto de na linguagem algébrica – considerada como autêntica linguagem da matemática –, os números, em si mesmos abstratos, serem substituídos por letras, que têm um caráter muito mais genérico (a . b = c pode referir-se a diferentes expressões numéricas: 3 x 4 = 12; 140 x 7 = 980; 345 x 2 = 690; etc) (GÓMEZ-GRANELL, 1996, p. 260).

Essa importância dada à Álgebra justifica a necessidade de investigações que favoreçam a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem deste campo de conhecimento matemático.

2 Objetivos

O produto educacional a ser descrito neste trabalho (que passaremos a chamar de *Escala de Autoeficácia Docente para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico* ou, abreviadamente, EADoPA) é parte da dissertação de mestrado intitulada o "*Ensino de Álgebra e a Crença de Autoeficácia Docente no desenvolvimento do Pensamento Algébrico*" defendida em 2018 no Programa de Educação para a Ciências da UNESP de Bauru/SP. O referido trabalho é resultado de pesquisas no âmbito da Psicologia da Educação Matemática que são desenvolvidas pelo GPPEM – Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática, também da UNESP de Bauru/SP. A questão que norteou a pesquisa de Pinheiro (2018, p. 68) foi "como se apresentam e quais fatores podem influenciar as crenças de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do Ensino Fundamental da rede pública do Estado de São Paulo?". Para responder à questão central os objetivos definidos na pesquisa de Pinheiro (2018) foram:

> - Avaliar autoeficácia dos professores em tarefas que envolvam o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do Ensino Fundamental; - Levantar as concepções sobre álgebra e educação algébrica e, ainda, se essas concepções influenciam em seus julgamentos de eficácia; - Analisar fatores que possam influenciar as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do Ensino Fundamental, como idade, tempo de magistérios, gênero, formação inicial, entre outros; - Validar escalas de autoeficácia docente que possam ser utilizadas em outros contextos que envolva professores dos anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental; - Comparar as crenças de autoeficácia de professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental no

> desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos de seus respectivos ciclos (PINHEIRO, 2018, p. 68-69).

Para a pesquisa de Pinheiro (2018) foram elaboradas duas escalas de autoeficácia docente, porém, apresentaremos aqui somente a escala para as crenças dos professores de matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental (6º a 9º ano).

O objetivo da EADoPA é mensurar o nível e a força das crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Saber sobre essas crenças permite conhecer aspectos que influenciam o ensino de álgebra e, particularmente, pode orientar práticas de formação dos professores.

3 Referencial teórico

Há um consenso entre os educadores sobre importância de se aprender Álgebra. Mas, por que é importante ter conhecimentos desse campo matemático? Ou ainda, por que desenvolver um pensamento algébrico?

Definir Álgebra ou mesmo o que é pensamento algébrico não é uma tarefa simples. Em Pinheiro (2018, p. 22) destaca-se que a origem da "palavra álgebra está associada ao termo equações e que os conhecimentos da Álgebra, em um passado remoto, estariam associados à necessidade de resolução de equações".

Atualmente a compreensão de álgebra é muito mais ampla e a coloca como um campo chave, sendo necessária em diversos campos de conhecimento. Para pesquisadores como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Kaput (1995, 2000), Kieran (1996, 2004), Kirshner (2001), Lee (2001), Lins e Gimenez (2001), Ponte, Branco e Matos (2009) e Usiskin (1995) o poder da álgebra está na sua capacidade de representação e comunicação por meio de uma linguagem sintética (linguagem algébrica). Essa linguagem nos permite expressar formas de pensamentos ou raciocínios para representar e resolver problemas, não somente no campo da matemática, ou seja, a linguagem algébrica nos permite matematizar problemas e resolvê-los. Nesse sentido, a Álgebra pode ser entendida “como sistema de linguagem para a modelagem e representação de fenômenos” (KAPUT, 1995 apud PINHEIRO, 2018, p. 26).

Convém esclarecer que a importância da Álgebra não está somente na capacidade de representar e comunicar situações ou problemas. A sua linguagem em si é um instrumento para resolver problemas, pois permite realizar cálculos utilizando seus símbolos. O formalismo dado pela linguagem algébrica nos permite “operar em relacionamentos muito mais complexos do que poderiam ser se houvesse a necessidade de, ao mesmo tempo, olhar através dos símbolos e transformações para entender o que representam” (PINHEIRO, 2018, p. 26).

Mesmo que não se tenha um consenso do que seja a Álgebra, os pesquisadores convergem para a sua importância no desenvolvimento de um tipo especial de pensamento denominado *pensamento algébrico*. Esse pensamento pode ser entendido como:

> [...] a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também o é o “sentido de símbolo” (*symbol sense*), como diz Abraham Arcavi[18], que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição

18 Ver Arcavi (1994).

> de situações e na resolução de problemas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

Uma das mais citadas caracterizações de pensamento algébrico é a de Blanton e Kaput (2005). Para esses autores, o pensamento algébrico é:

> [...] um processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através do discurso da argumentação e as expressam de maneira cada vez mais formal e adequada à idade. Por exemplo, os alunos utilizam o pensamento algébrico quando descrevem o número total de apertos de mão de um grupo de tamanho específico, onde cada pessoa no grupo cumprimenta a todos de uma vez e, em seguida, desenvolve e expressa uma generalização que descreve o número total de apertos de mão para um arbitrário de pessoas (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Assim como a Álgebra, não há uma única definição de pensamento algébrico, porém, as inúmeras caracterizações e vertentes desse pensamento convergem, em especial, para as capacidades de generalização, de uso da linguagem simbólico-formal e de estabelecer/identificar as relações de equivalência. Diversas pesquisas, como as de Lins e Gimenez (1997), apontam a necessidade de se desenvolver essas capacidades e, de maneira geral, o pensamento algébrico, desde os anos iniciais, visto a sua importância para o sucesso dos alunos na aprendizagem de álgebra.

Inúmeros fatores podem influenciar nos processos de ensino de álgebra sendo alguns relacionados a aspectos afetivos, emocionais e sistemas de crenças pessoais. Desta última, destacamos as *crenças de autoeficácia*.

A Teoria da Autoeficácia foi formulada por Albert Bandura (1977) e é fundamentada na Teoria Social Cognitiva (TSC), também formulada por Bandura. Na TSC, o principal conceito é o de Agência Humana em que cada indivíduo determina as suas ações, avaliando-as e redefinindo-as proativamente no sentido de se alcançar determinados objetivos. Em outras palavras, na TSC o ser humano é "agente de sua história, ou seja, ele avalia as consequências de suas ações e essa avaliação o coloca em uma posição de agente, ou seja, coloca-o como capaz de fazer as coisas acontecerem com suas ações e de se envolver proativamente nelas" (AZZI et al., 2014, p. 19).

Para Bandura o ser humano possui quatro capacidades que dão suporte à Agência Humana, as quais citamos: "capacidade de intencionalidade, capacidade de pensamento antecipatório, capacidade de autorreatividade e capacidade de autorreflexão" (BANDURA, 1997 apud AZZI et al., 2014, p.19-20). Essas capacidades permitem às pessoas elaborarem planos e definir ações, antecipando um resultado futuro e, a cada ação, avaliar se as ações definidas serão suficientes para alcançar o resultado desejado. Caso não sejam, pela autorreflexão, é possível redefinir as ações. É neste contexto que as crenças de autoeficácia influenciam as ações humanas no sentido do resultado esperado.

As crenças de autoeficácia são "julgamentos das pessoas em suas capacidades para organizar e executar cursos de ação necessários para alcançar certos tipos de desempenho" (BANDURA, 1986, p. 391 apud PINHEIRO, 2018, p. 59, tradução nossa). São esses julgamentos que dão a motivação necessária para a realização das ações, mesmo que complexas e/ou difíceis, no sentido de se obter os objetivos esperados.

É importante destacar que as crenças de autoeficácia não têm relação direta com as capacidades/habilidades da pessoa e sim com aquilo que ela acredita que é capaz de realizar. Assim, pode ocorrer que: (1) mesmo que a pessoa não tenha o conhecimento/a capacidade/a habilidade para se alcançar um objetivo, mas acredita que é capaz de alcançá-lo, ela terá a motivação para operacionalizar as ações necessárias mesmo que essas sejam difíceis/complexas ou haja algum obstáculo; (2) mesmo que a pessoa tenha o conhecimento/a capacidade/a habilidade para alcançar um objetivo, se ela não acredita que é capaz de alcançá-lo, ela não terá a motivação para operacionalizar as ações necessárias, principalmente no caso de algum obstáculo ou dificuldade. Então:

> Não é questão de se possuir ou não tais capacidades; não basta que estejam presentes. Trata-se de a pessoa acreditar que as possua. Além disso, são capacidades direcionadas para organizar e executar linhas de ação, o que significa uma expectativa de "eu posso fazer" determinada ação (BZUNECK, 2001, p. 116).

Como conclui Pinheiro (2018):

> [...] as crenças de autoeficácia determinam a motivação para realizar tarefas (mesmo que difíceis), a quantidade de esforço e o tempo de compromisso com essas tarefas. Desse modo, pessoas com um sentido positivo de autoeficácia demonstram comportamentos favoráveis para a realização de tarefas. Quanto mais forte a crença, mais esforço e tempo será dispendido em cursos de ação que visem alcançar determinado resultado. Se altas crenças de autoeficácia proporcionam sentimentos favoráveis como prazer, serenidade, perseverança e outros na realização de tarefas mesmo que difíceis, o oposto provoca ansiedade, estresse e depressão, culminando, assim, em desmotivação para a realização da tarefa (PINHEIRO, 2018, p. 60).

As crenças de autoeficácia podem ser fortalecidas ou enfraquecidas a partir de quatro fontes de informação: (1) as experiências diretas; (2) as experiências vicárias; (3) a persuasão social; (4) os estados fisiológicos e afetivos (BANDURA, 1986). É importante destacar que "essas fontes de informação são processadas e avaliadas cognitivamente, influenciando, assim, positiva ou negativamente, a formação das crenças de autoeficácia" (PINHEIRO, 2018, p. 63).

Das quatro fontes de informação, a que mais pode influenciar as crenças de autoeficácia são as experiências diretas (BANDURA, 1986). Essas experiências nos permite uma autoavaliação das capacidades para a realização de uma determinada tarefa ou para se alcançar um objetivo. Porém, deixamos claro que não basta uma experiência positiva ou negativa para o fortalecimento ou enfraquecimento das crenças de autoeficácia. Deve-se considerar também as próprias capacidades, além do desempenho obtido. Ou seja:

> [...] quando as pessoas experimentam o sucesso obtido de forma fácil, têm poucas chances de persistir quando o fracasso acontece. Por outro lado, quando alguém obtém êxito na atividade e esse resultado é avaliado como positivo e derivado do próprio esforço na superação de obstáculos presentes na atividade e/ou ambiente, isso geralmente aumenta a crença na própria capacidade para executar esta atividade ou atividades similares (AZZI et al., 2014, p. 25).

As experiências vicárias são obtidas pela observação da atuação de outras pessoas. Essa fonte de informação, apesar de mais fraca que as experiências diretas, influenciam nas crenças de autoeficácia na medida da semelhança do observador com o observado. Quanto maior a semelhança, mais este tipo de experiência pode influenciar nas crenças de autoeficácia. Fatores de semelhança como gênero, idade, tempo de experiência profissional e formação inicial podem potencializar a influência das experiências vicárias nas crenças de autoeficácia. Em um contexto educacional, por exemplo, se:

> [...] um professor, que tenha uma fraca crença de autoeficácia no uso das TIC[19] para realizar atividades pedagógicas, poderá ter uma mudança nessa crença, ou seja, ela poderá ser fortalecida a partir da observação de outro professor realizando com sucesso atividades pedagógicas com o uso das TIC (PINHEIRO, 2018, p. 64).

A terceira fonte de informação é persuasão social que pode ser entendida como o *feedback* recebido por terceiros sobre a atuação na busca de um determinado objetivo. Porém, esse *feedback* não terá influência nas crenças de autoeficácia se forem alheios às capacidades do indivíduo na realização das tarefas para a busca de um objetivo, ou seja, "para que a persuasão social atue como uma fonte eficaz de fortalecimento das crenças de autoeficácia, os persuasores devem realizar julgamentos positivos acerca das capacidades para se produzir os resultados desejados" (PINHEIRO, 2018, p. 64-65). Outro fator relacionado à persuasão social é o autor do *feedback*. Nesse sentido, a credibilidade do persuasor é importante. Quanto maior a credibilidade, maior a influência da persuasão social.

A última fonte de informação são os estados fisiológicos e afetivos. Essa fonte refere-se à influência de fatores como alegria, bem-estar, satisfação, dor, ansiedade, tensão, humor entre outros de ordem fisiológica e afetiva.

A investigação e análise das crenças de autoeficácia docente na realização de uma determinada tarefa podem contribuir para a mudança de uma realidade de ensino, pois, se considerarmos que essas crenças influenciam no comportamento dos professores, e conhecemos as fontes de informação que podem influenciar positivamente essas crenças, podemos planejar e executar programas ou projetos de formação continuada que fortaleçam as crenças e as motivações para o alcance dos objetivos educacionais.

19 TIC: Tecnologias de Informação e Comunicação.

4 Aspectos metodológicos

Adotamos para a coleta e análise de dados a metodologia mista quali-quantitativa com base nas concepções de Gamboa (1995), Santos Filho (1995), Creswell (2007), Tashakkori e Teddlie (1998), Shaffer e Serlin (2004), Coutinho (2006), Morais e Pestana Neves (2007). Conforme explica Creswell (2007), a metodologia mista é:

> [...] aquela em que o pesquisador tende a basear as alegações de conhecimento em elementos pragmáticos (por exemplo, orientado para consequência, centrado no problema e pluralista). Essa técnica emprega estratégias de investigação que envolvem coleta de dados simultânea ou sequencial para melhor entender os problemas de pesquisa. A coleta de dados também envolve a obtenção tanto de informações numéricas (por exemplo, em instrumentos) como de informações de texto (por exemplo, em entrevistas), de forma que o banco de dados final represente tanto informações quantitativas como qualitativas (CRESWELL, 2007, p. 35).

Um dos produtos educacionais decorrentes de dissertação de mestrado de Pinheiro (2018) é uma escala de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (EADoPA).

A EADoPA é composta por 26 afirmações que descrevem situações didático-pedagógicas que envolvem capacidades docentes e/ou dos alunos relacionadas ao pensamento algébrico. Para cada afirmação os participantes deveriam assinalar uma das alternativas: *discordo totalmente*, *discordo*, *concordo* ou *concordo totalmente*.

Na exploração qualitativa, buscou-se analisar o sentido e a força das crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos anos finais. Como se trata de uma escala foi atribuído o valor de 01 para o item discordo totalmente, 02 para discordo, 03 para concordo e 04 para concordo totalmente. Assim, como a escala foi composta por 26 itens o valor mínimo era de 26 pontos e o valor máximo era de 104 pontos. Além dos 26 da escala de autoeficácia, Pinheiro (2018) acrescentou oito itens para levantar a percepção dos professores acerca da persuasão social, o autoconceito e sobre as motivações dos alunos para os estudos.

Quantitativamente, Pinheiro (2018) analisou, por meio de ferramentas estatísticas, fatores que pudessem influenciar nas crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e, ainda, a validação da escala da citada escala.

5 Atividades

O formulário contendo a EADoPA foi aplicado a 39 professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, da rede pública do Estado de São Paulo. No Estado de São Paulo a Secretaria de Estado da Educação (SEDUC-SP) dividiu o território em 91 regionais denominadas Diretorias Regionais de Ensino. Cada uma dessas regiões administrativo-pedagógica tem autonomia para avaliar os processos de ensino e para realizar a formação continuada dos professores, com base nas orientações gerais da SEDUC-SP e no currículo oficial do Estado. Os participantes pertencem a quatro Diretorias Regionais de Ensino: Andradina, Araçatuba, Birigui e Ourinhos.

Apresentamos abaixo parte da EADoPA para que o leitor possa analisar alguns dos itens, especialmente as situações didático-pedagógicas expressas nesses itens e sua relação com o desenvolvimento do pensamento algébrico. De modo geral, buscamos apresentar na escala situações que são da prática docente (planejamento, execução de aulas/atividades, e avaliação) e, ainda, situações específicas em que se privilegia o desenvolvimento do pensamento algébrico.

1. Estou seguro(a) em planejar aulas ou atividades pedagógicas que favoreçam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.
2. Estou seguro(a) em executar atividades pedagógicas que visam a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.
3. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas algébricos diversos.
4. Estou seguro(a) em desenvolver todas as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Caderno do Professor e Aluno) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.
5. Estou seguro(a) em adequar para todos os alunos as atividades propostas nos materiais oferecidos pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo para a aprendizagem de conceitos algébricos.
6. Estou seguro(a) em utilizar materiais manipuláveis (jogos diversos, material dourado, algeplan etc) para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.
7. Estou seguro(a) em utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação para a aprendizagem de conceitos algébricos pelos alunos.
8. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer e expressar por meio da linguagem materna (língua portuguesa) regularidades em sequências numéricas.
9. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de usar a linguagem algébrica para expressar a regularidade de sequências numéricas.
10. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecer uma relação entre os termos de uma sequência pictórica repetitiva do tipo □ ▫ ▫ □ ▫ ▫ □ e expressar essa relação em linguagem materna e algébrica.

11. Estou seguro(a) em desenvolver nos alunos a capacidade reconhecer regularidades em sequências pictóricas crescentes do tipo  e expressá-las por meio da linguagem materna ou outras formas de representação (tabela, gráfico etc.).

O formulário completo pode ser visualizado em Pinheiro (2018, p.127). Este formulário contém itens para a caracterização dos participantes, questões para conhecer as concepções dos participantes sobre a Álgebra, pensamento algébrico e o ensino de álgebra.

6 Análise e discussão de resultados

Quanto à caracterização dos 39 participantes podemos destacar:

- *A média está próxima a* 41 *anos de idade.*
- *A maioria dos participantes é do sexo feminino, o que corresponde a quase* 60%.
- *Em relação ao tempo de magistério a amplitude vai de meio ano a* 28 *anos de docência, com uma média de aproximadamente* 14 *anos.*
- *Aproximadamente* 50% *dos participantes possuem alguma pós-graduação.*

Um dos resultados mais importantes obtidos com a aplicação da EADoPA é apresentado na Tabela 1.

TABELA 1 - Medidas de resumo do escore total dos professores dos anos finais e classificação sobre as crenças de autoeficácia docente

	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	Desvio Padrão	Crença	
						Negativa	**Positiva**
Anos Finais	61	80,79	78	103	10,89	2	37

Fonte: Pinheiro (2018, p. 83).

Como apresentado anteriormente, a EADoPA possui valor mínimo de 26 pontos e máximo de 104 pontos, com um valor médio de 65 (figura 1). Na análise, consideramos como crenças de sentido positivo os valores obtidos acima do ponto médio da escala, ou seja, maiores que 65. Na amostra, 37 de 39 participantes apresentaram crenças positivas e, assim, demonstraram julgamentos positivos em suas capacidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos. Em termos da prática docente, os professores concordam ou concordam totalmente com as afirmações expressas na EADoPA e se sentem seguros na realização das ações descritas.

Do total de participantes, apenas dois professores apresentaram crenças de autoeficácia docente negativas, ou seja, a pontuação deles foi inferior a 65 pontos. Esses professores apresentaram julgamentos negativos de suas capacidades. Em outras palavras, eles não acreditaram que pudessem realizar a maioria das ações descritas nos itens da EADoPA. Lembramos que, pela Teoria da Autoeficácia, não significa que esses dois professores não tenham as capacidades docentes necessárias para realizar as ações expressas nos itens da EADoPA, porém, esses professores não acreditaram que pudessem realizá-las e isso, em suas práticas docentes que envolvam o ensino de álgebra, pode significar que estavam suscetíveis à desmotivação ou até a desistência do ensino de um determinado conteúdo algébrico frente a algum obstáculo didático-pedagógico ou desconforto afetivo/emocional ou fisiológico.

De forma análoga, os professores com crenças positivas não necessariamente apresentaram as capacidades, competências e habilidades docentes para desenvolver nos alunos o pensamento algébrico, porém, o julgamento positivo poderia sustentar a motivação para se alcançar os objetivos representados em cada afirmação da EADoPA, mesmo frente a obstáculos ou dificuldades. Com a motivação sustentada pelas crenças positivas, o professor poderia, se percebesse a necessidade, desenvolver as capacidades para se alcançar o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico nos alunos.

FIGURA 1 - Valor mínimo, máximo e ponto médio da EADoPA

Fonte: Autores.

Mesmo que a grande maioria dos professores tenha apresentado crenças no sentido positivo, verificamos que essas não são fortes. De maneira mais detalhada:

> Se dividirmos o sentido positivo da escala em três intervalos (]65, 78];]78, 91];]91, 104]) para uma classificação sentido positivo fraco, sentido positivo médio e sentido positivo forte, 22 professores apresentaram valores do primeiro intervalo, 11 professores no segundo intervalo e 06 professores no terceiro intervalo. Portanto, apesar de positivas, mais da metade dos professores demonstram fracas crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos estudantes do Ensino Fundamental anos finais (PINHEIRO, 2018, p. 105).

Portanto, mesmo que positivas, professores com crenças fracas (com valores próximos ao ponto médio da escala) estão mais suscetíveis à desmotivação frente a obstáculos que dificultem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Também analisamos possíveis fatores que influenciaram nas crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico apresenta pelos professores da amostra. Verificamos quantitativamente (por meio de processos estatísticos) e qualitativamente se houve relação entre as crenças e as variáveis: “idade, tempo de magistério, formação inicial, pós-graduação, gênero, concepções de álgebra, persuasão social, autoconceito, formação continuada, materiais fornecidos pela SEE-SP[20] e interesse dos alunos" (PINHEIRO, 2018, p. 105).

Das análises realizadas destacamos que:

- Houve uma relação significativa entre as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, demonstrada pelos professores, e o constructo mental denominado autoconceito[21];
- Professores com formação inicial em Matemática apresentaram um valor médio na EADoPA superior à média apresentada por professores com formação inicial em outros cursos, mas lecionam matemática nos anos finais do Ensino Fundamental;
- Os professores que recebem feedback (Persuasão Social) positivo de gestores, coordenadores e pais demonstraram maior crença do que os que não recebem feedback.

7 Considerações finais

Apesar da Teoria das Crenças de Autoeficácia ter sido elaborada na década de 1970 e já ser utilizada em diversas áreas, no contexto educacional ainda são poucos os trabalhos acadêmicos, e, se considerarmos os conceitos dessa Teoria nas práticas docentes escolares ou sua influência nas ações de sistemas de ensino, ainda não percebemos a sua utilização. Não queremos aqui super valorizar a aplicação da Teoria da Autoeficácia, porém, o conhecimento sobre

20 SEE-SP foi a sigla adotada em Pinheiro (2018) para Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.

21 "O autoconceito é um constructo mental fundamentado em um julgamento das competências gerais do indivíduo a partir de suas experiências em determinados domínios de realização. As crenças de autoeficácia diferem do autoconceito por ser um julgamento sobre a confiança para se realizar tarefas específicas e está orientada para o futuro, dando origem a expectativas" (PINHEIRO, 2018, p. 106).

o sentido e o nível das crenças de autoeficácia docente e os fatores que influenciam essas crenças são:

> [...] particularmente, importantes, pois podem guiar o planejamento, orientação e acompanhamento dos formadores e gestores na direção da construção e da manutenção de uma elevada auto-eficácia do professor que, por sua vez, será medidor de um ambiente de aprendizagem, promotor de altas crenças de auto-eficácia dos estudantes em seus processos de aprendizagem (AZZI; POLYDORO; BZUNECK, 2006, p. 153).

De posse de resultados sobre as crenças de autoeficácia docente indicamos necessidade de se planejar ações de formação continuada, considerando as fontes de informação citadas por Bandura (1986), para o fortalecimento das crenças no sentido de se melhorar os resultados educacionais, especialmente os relacionados ao ensino de álgebra.

A EADoPA apresentada neste trabalho pode ser utilizada em diversos contextos regionais de ensino, porém, recomendamos a adequação de itens, especialmente os que tratam de aspectos regionais relacionados às normas e orientações das secretarias de educação. A EADoPA, pode ser aplicada por gestores e/ou formadores a grupo de professores para a análise das crenças de autoeficácia dos professores para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Apesar de não constar neste trabalho, Pinheiro (2018) elaborou uma EADoPA para professores dos anos iniciais. Considerando a inserção da Álgebra nos currículos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, avaliamos que a EADoPA para anos iniciais pode dar subsídios e apontar a necessidade de formação dos professores e o fortalecimento das crenças dos professores para o trabalho com álgebra nos anos iniciais. A EADoPA para anos iniciais está disponível em Pinheiro (2018, p. 123).

Deixamos claro que, no trabalho docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, não é suficiente fortalecer as crenças de autoeficácia docente para este objetivo, é preciso identificar as necessidades de formação das capacidades dos professores para se atingir esse objetivo. Assim, uma formação continuada que, além das crenças, coloque em pauta as concepções de álgebra e seu ensino, as metodologias, recursos e materiais que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico, certamente contribuirá para a melhoria dos resultados educacionais.

Entendemos que é cada vez mais "relevante inserir na agenda de discussões e ações sobre a formação docente, inicial ou continuada, a promoção do desenvolvimento da auto-eficácia docente" (AZZI; POLYDORO; BZUNECK, 2006, p. 158). Em um processo de renovação curricular que vem ocorrendo na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e em um momento que se considera a necessidade de se desenvolver outras competências além das cognitivas, é preciso que os professores estejam motivados e com uma crença de autoeficácia docente cada vez mais positiva e forte no cumprimento dos nossos objetivos educacionais campo da Educação Matemática.

Referências

ARCAVI, Abraham. Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. **For the learning of Mathematics**, Londres, v. 14, n. 3, p. 24-35, 1994.

AZZI, Roberta Gurgel; GUERREIRO-CASANOVA, Daniela Couto; DANTAS, Marilda Aparecida. Autoeficácia acadêmica: percepções de estudantes brasileiros. AZZI, Roberta Gurgel e POLYDORO, Soely Aparecida Jorge (Orgs). **Auto-Eficácia em diferentes contextos**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2010, p. 67–83.

AZZI, Roberta Gurgel; POLYDORO, Soely Aparecida Jorge; BZUNECK, José Aloyseo. Considerações Sobre a Auto-Eficácia

Docente. In: AZZI, Roberta Gurgel e POLYDORO, Soely Aparecida Jorge (Orgs). **Auto-Eficácia em diferentes contextos**. Campinas: Editora Alínea, 2006, p. 149-159.

AZZI, Roberta Gurgel et al. Crenças de eficácia pessoal e coletiva. In: AZZI, Roberta Gurgel e VIEIRA, Diana Aguiar (Orgs). **Crenças de eficácia em contexto educativo**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2014, p, 15-40.

BANDURA, Albert. The explanatory and predictive scope of self--efficacy theory. **Journal of social and clinical psychology**, Nova 312ue, v. 4, n. 3, p. 359-373, 1986.

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Londres, v. 36, n. 5, p. 412-443, 2005.

BRITO, Márcia Regina F. **Atitudes em Relação à Matemática em Estudantes de 1º e 2º Graus**. 1996. 264f. Tese Livre Docência em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

BZUNECK, José Aloyseo. As crenças de auto-eficácia e o seu papel na motivação do aluno. In: Boruchovitch, E. & Bzuneck, J. A. (Orgs.). **A Motivação do Aluno**: Contribuições da Psicologia Contemporânea. Petrópolis: Editora Vozes, 2001, 183 p.

CAZORLA, Irene et al. Relação entre o domínio afetivo e o desempenho em matemática de estudantes das séries iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 89, n. 221, 2008.

COUTINHO, Clara Pereira. Aspectos metodológicos da investigação em tecnologia educativa em Portugal (1985-2000). In: Colóquio da Secção Portuguesa da Association Francophone Internationale de

Recherche Scientifique en Education, 14, Lisboa, Portugal, 2006. **Anais...** Lisboa : Universidade de Lisboa, 2006.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DOBARRO, Viviane Rezi. **Solução de problemas e tipos de mente matemática**: relações com as atitudes e crenças de autoeficácia. 2007. 229 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. Campinas: SP. 2007.

FARIA, Paulo Cézar. **Atitudes em relação á matemática de professores e futuros professores**. 2006. 332f. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

GAMBOA, Sílvio Sanchez. Quantidade-qualidade: para além de um dualismo técnico e de uma dicotomia epistemológica. In: SANTOS FILHO, José Camilo dos; GAMBOA, Sílvio Sanchez (Orgs.). **Pesquisa educacional**: quantidade-qualidade. São Paulo: Cortez, 1995. p. 84-111 (Coleção Questões da Nossa Época)

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado além da alfabetização fonológica, textual e material. Tradução de Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1996.

HAZIN, Izabel; FRADE, Cristina; FALCAO, Jorge Tarcísio da Rocha. Autoestima e desempenho escolar em matemática: contribuições teóricas sobre a problematização das relações entre cognição e afetividade. **Educar**, Curitiba, n. 36, p. 39-54, 2010.

JUSTULIN, Andresa Maria; PIROLA, Nelson Antonio. Um estudo sobre as relações entre as atitudes em relação à matemática e a resolução de problemas envolvendo frações. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós- Graduação em Educação Matemática, 12., 2008, Rio Claro. **Anais...** Rio Claro – São Paulo: UNESP, 2008.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Papirus Editora, 1997.

LOOS, H. **Atitude e desempenho em matemática, crenças autor-referenciadas e família**: uma *path-analysis*. 2003. 306 f. Tese (Doutorado em Psicologia, Desenvolvimento Humano e Educação), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

MACEDO, Izabel Cristina; BZUNECK, José Aloyseo. Motivação de professores, autoeficácia e fatores do contexto social. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – EDUCERE, 9. Curitiba. 2009. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2009.

MENEGAT, Francisco. **A construção do aprendizado em matemática**: um enfoque metodológico e afetivo. 2006. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

MORAIS, Ana Maria; PESTANA NEVES, Isabel. Fazer investigação usando uma abordagem metodológica mista. **Revista Portuguesa de Educação**, Lisboa, v. 20, n. 2, p. 75-104, 2007.

MOREIRA, Eline Dias. **A importância da afetividade no processo de ensino-aprendizagem de matemática**. 2007. 210 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

PINHEIRO, Anderson. Cangane. **O Ensino de Álgebra e a Crença de Autoeficácia Docente no desenvolvimento do Pensamento**

Algébrico. 2018. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. Álgebra e pensamento algébrico. In: PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. Portugal: ME-DGIDC, 2009, p. 5-11.

SHAFFER, David W; SERLIN, Ronald C. What good are statistics that don't generalize? **Educational Researcher**, Londres, v. 33, n. 9, pp. 14-25, 2004

SOUZA, Liliane Ferreira Neves Inglez de; BRITO, Márcia Regina Ferreira de. Crenças de auto-eficácia, autoconceito e desempenho em matemática. **Estud. psicol. (Campinas)**, Campinas, v. 25, n. 2, p. 193-201, June 2008. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-166X2008000200004&lng=en&nrm=iso. Acesso em 13 mai. 2020.

TASHAKKORI, Abbas.; TEDDLIE, Charles. **Mixed methodology**: combining qualitative and quantitative approaches. Thousand Oaks, Calif.: Sage, 1998.

VIANA, Odaléa Aparecida; BRITO, Marcia Regina F. As atitudes de alunos do ensino médio em relação à geometria: Adaptação e validação de escala. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 7., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004.

SEÇÃO III

SOBRE AVALIAÇÃO E VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM

BIOBOT NO *KAHOOT* COMO RECURSO PARA VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM NO ENSINO DE BIOLOGIA

Luciana Tener Lima
Hilda Helena Sovierzoski

1 Apresentação

O Produto Educacional é um dos requisitos para a conclusão do Mestrado Profissional. É importante que o mesmo seja um material de fácil acesso e manuseio, que ofereça novidades educacionais auxiliando o processo de aprendizagem. Rela e Dall'Agnol (2016) enfatizam que tal produção deverá promover a articulação integrada da aprendizagem com demandas sociais, gerando e aplicando processos de inovação apropriados.

> O produto educacional, como possibilidade expressiva no mestrado profissional, pode ser revisão sistemática e aprofundada de literatura; projeto técnico; objeto virtual; áudio; objeto de aprendizagem; ambiente de aprendizagem; páginas de *internet* e *blogs*; jogos educacionais; propostas de ensino (sugestões de experimentos e outras atividades práticas); sequências didáticas; propostas de intervenção; roteiros de oficinas; material textual (manuais, guias, textos de apoio, artigos em revistas técnicas ou de divulgação, livros didáticos

> e paradidáticos, histórias em quadrinhos e similares); materiais interativos (jogos, *kits* e similares); atividades de extensão (exposições científicas, cursos, oficinas, ciclos de palestras) (RELA; DALL'AGNOL, 2016, p. 180).

O público de um Produto Educacional pode envolver os mais diversos sujeitos, podendo ser professores, alunos, estudantes de graduação, pesquisadores, ou mesmo pessoas interessadas no assunto. O importante é que esse Produto alcance diversos níveis, com linguagem simples, mas ao mesmo tempo informando e apresentando um aprendizado de maneira diversificada, motivadora e desafiadora.

Existe uma variedade de Produtos Educacionais no meio acadêmico, porém é importante decidir o que se pretende fazer tendo em vista a própria pesquisa de maneira que um seja complemento do outro.

O objetivo do presente capítulo é sugerir uma atividade avaliativa do conteúdo de Botânica organizado a partir da utilização da plataforma *Kahoot*, ferramenta de criação de questionário, pesquisa e *quizzes*, criada em 2013.

A atividade aplicada é resultante de um recorte da dissertação de mestrado profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Federal de Alagoas, que originou o Produto Educacional intitulado *Biobot no Kahoot como Recurso para Verificação da Aprendizagem* como uma proposta que possa nortear e ampliar o olhar dos docentes, em especial do Ensino Médio, no que se refere aos conteúdos de Botânica (TENER; SOVIERZOSKI, 2019).

É fundamental considerar que a utilização de recursos tecnológicos estabelece um importante e rápido meio de acesso à informação, a exemplo do uso de *smartphones, tablets* e computadores com conexão à *Internet*, de modo a permitir que as informações e demandas necessárias cheguem com facilidade às mãos dos sujeitos pesquisados.

Assim, espera-se que este capitulo possa servir de base para outros professores que buscam explorar, em suas aulas, formas de deixar as avaliações mais lúdicas, sem perder sua função formativa e diagnóstica.

Contextualizando o *Kahoot*

Para se fazer um bom uso de ferramentas digitais em sala de aula, além de desenvolver uma metodologia adequada, é necessário realizar uma boa seleção destes instrumentos. Essa seleção deve ser realizada em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e aprendizagem que orienta o processo, a fim de que realmente se constitua um facilitador para uma aprendizagem significativa, dentro dos objetivos definidos pelo docente, pela instituição de ensino e da correta adequação dos componentes curriculares (GONÇALVES, 2017).

A tecnologia evidenciada por meio dos aplicativos consegue desenvolver o interesse e proporcionar conhecimento, mas, mesmo assim, a utilização dessa ferramenta em sala de aula ainda é considerada um desafio, se for levada em conta que muitos educadores estiveram fora desse contexto e tem que se adaptar a essa nova realidade (STEFENELLOGHISLENI; BECKER, 2017).

Kahoot é uma plataforma baseada em jogos com perguntas de múltipla escolha, que permite aos educadores investigar, criar, colaborar e compartilhar conhecimentos, e que funciona em diversos dispositivos tecnológicos conectados à *Internet*. *Kahoot* é uma ferramenta de avaliação gratuita na *Web*, que permite o uso de *quizzes* na sala de aula e ajuda a ativar e envolver os alunos em discussões, podendo o professor utilizá-la conforme seus objetivos educacionais, trabalhando o conteúdo de forma divertida, interativa e envolvente (COSTA, 2016).

Utilizando-se o *Kahoot* como uma avaliação formativa, leva-se em conta que isto se refere à ampla variedade de métodos que os professores usam para realizar avaliações que levem em conta a compreensão do desenvolvimento do estudante, as necessidades de aprendizagem e o progresso acadêmico do aluno. A avaliação formativa é aquela que ocorre ao longo do processo de aprendizagem (CALDEIRA, 2004), ajudando os professores a identificar os conceitos que os estudantes necessitam entender, as competências que estão tendo dificuldade em adquirir ou padrões de aprendizagem que ainda necessitam alcançar a fim de que os ajustes possam ser feitos.

Para Caldeira (2004), os ambientes digitais de aprendizagem possuem elementos que configuram um novo contexto educacional, assim é importante que se criem processos e estratégias que respondam às necessidades e contribuam com os novos modelos disponíveis para a aprendizagem. De acordo com Gonçalves (2017), o *Kahoot* se destaca por sua facilidade de manutenção, *layout* agradável, boa usabilidade, possibilidade de uso *on-line*, ser um Recurso Educacional Aberto (REA)[22], sua adaptabilidade para dispositivos móveis, presença dos relatórios e interatividade.

A plataforma oferece a possibilidade de criação de uma série de perguntas de múltipla escolha e ainda a adição de imagens ou vídeos que podem proporcionar um envolvimento mais participativo dos estudantes. Após o início do jogo, as perguntas são exibidas em uma tela projetada e os estudantes precisam escolher a resposta certa em seus dispositivos (celular ou *tablet*) clicando nas cores respectivas. Outro aspecto interessante é que os resultados são exibidos em tempo real, após cada teste, o que mantém os estudantes motivados e contribui para a verificação pelos professores (STEFENELLOGHISLENI; BECKER, 2017).

As perguntas são apresentadas no projetor de imagens ou em uma TV com acesso à *Internet* e os alunos respondem em seu celular, *tablet*, *notebook* ou no computador da escola, ou seja, é um jogo para ser utilizado em duas telas. Quanto mais rápido alguém responder a uma pergunta correta, mais pontos recebe. Os cinco melhores na pontuação são exibidos na tabela de classificação e o vencedor é apontado no final do jogo (CANAL, 2017).

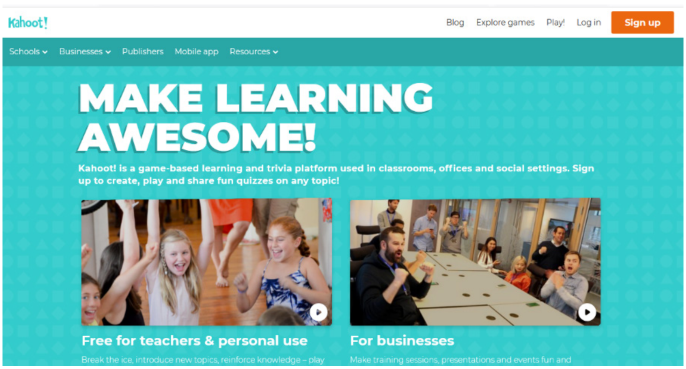
A dinâmica tem um ambiente colorido e de fácil compreensão, com música e tempo determinado para o estudante responder

22 Qualquer recurso educacional disponível abertamente para uso por educadores e alunos, sem a necessidade de pagar direitos autorais ou taxas de licença (BUTCHER, 2011).

ao questionamento. Os participantes disputam o jogo e esquecem que estão respondendo sobre o conteúdo que foi ofertado em sala de aula. Para Stefenelloghisleni e Becker (2017), o professor pode preparar um jogo usando o conteúdo abordado em sala de aula e despertar nos alunos o desejo de estudar e competir com os colegas de forma saudável e interativa.

Canal (2017) informa que a plataforma permite cadastrar grupos de perguntas e respostas, estipular o tempo em que cada pergunta deve ser respondida e incluir imagens e vídeos nas questões, além de possibilitar a criação de grupos para jogar. A tela de entrada do *Kahoot* é bastante colorida, em inglês, muito intuitiva e de fácil manuseio, conforme visto na Figura 1.

FIGURA 1 - Tela de entrada da plataforma *Kahoot*.

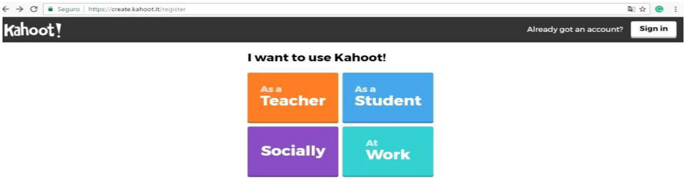


Fonte: Plataforma *Kahoot*[23]

Para iniciar um jogo e elaborar as perguntas é necessário que o professor crie uma conta no *Kahoot*, que fornece opções para uso como professor, como aluno, usar socialmente ou no trabalho (Figura 2).

23 Disponível em https://kahoot.com.

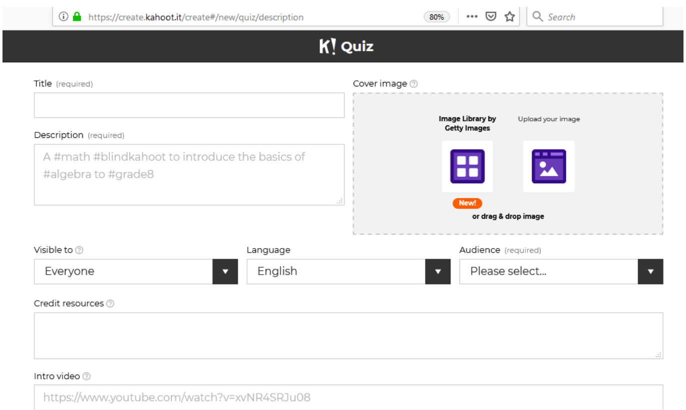
FIGURA 2 - Opções de uso para se cadastrar na plataforma *Kahoot*.



Fonte: Plataforma *Kahoot*[24]

Após a realização do cadastro é possível jogar a qualquer momento um conjunto de perguntas e respostas que estejam criadas em modo público. O professor pode elaborar grupos de perguntas e respostas, porém, vale ressaltar que há um limite de caracteres a serem usados. Perguntas podem conter, no máximo, 95 caracteres e, as respostas, 65 caracteres, deste modo, fazendo com que muitas vezes o professor precise replanejar sua pergunta. Abaixo se observa a tela de criação das questões (Figura 3):

FIGURA 3 - Tela de criação das questões do *Kahoot*.



Fonte: Plataforma *Kahoot*

24 Disponível em https://create.kahoot.it/

Para cada pergunta elaborada, existe a possibilidade de:

- Inserir uma imagem ou vídeo;
- Determinar o tempo que esta pergunta durará em sua rodada;
- Marcar se esta pergunta valerá pontos ou não para respostas corretas;
- Fornecer de uma a quatro possíveis respostas;
- Assinalar de uma a quatro respostas corretas entre as fornecidas.

Após finalizar a criação do grupo de perguntas e respostas é permitido o cadastro de algumas características deste conjunto de perguntas, como: nome (para o jogo); linguagem, inalterada nos menus durante a execução do jogo, no entanto, apesar de todos os menus do jogo ser em inglês, o jogo apresenta-se irrestrito á criação de perguntas e respostas nesta língua, possibilitando o acesso de jogadores leigos na língua inglesa; se o conjunto de perguntas e respostas estará sempre disponível (público) ou somente poderá ser respondido caso o dono a ative temporariamente (privado); para qual público este conjunto de perguntas está direcionado, e acrescentar alguma descrição para este conjunto de perguntas.

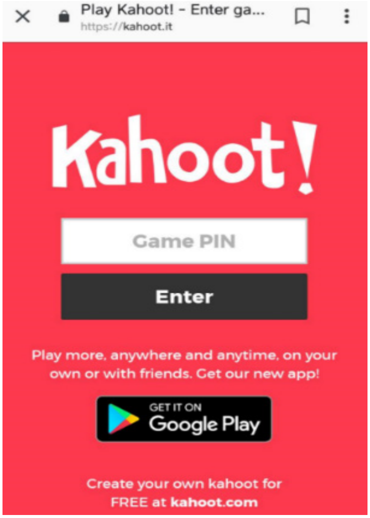
O professor entra na plataforma, faz seu *login*, escolhe a atividade proposta, indica se esta é individual ou em grupo e a abre na tela da TV ou do Projetor Multimídia, na sessão do jogo que deseja iniciar. Nesta tela, visível para os jogadores, o professor do jogo receberá um código, denominado o *pin* do jogo, como se observa abaixo (Figura 4).

FIGURA 4 - Tela vista pelo jogador, na projeção, com o *pin*.

Fonte: Plataforma *Kahoot*

Este código deverá ser passado para os jogadores que, ao acessarem o *link* de jogo[25], conseguirão acesso a este jogo em específico, em seu dispositivo (Figura 5).

FIGURA 5 - Tela vista pelo jogador, no seu dispositivo eletrônico, para inserção do código.



Fonte: Plataforma *Kahoot*

25 https://kahoot.it/

Para a efetivação da sessão de jogo com os alunos, estes devem colocar o código e seu apelido ou nome, para disputar a partida, que aparecem na tela projetada. A seguir observa-se a imagem do jogo esperando para ser iniciado (Figura 6).

FIGURA 6 - Jogo em espera para ser iniciado.

Fonte: Lima e Sovierzoski (2019).

Após a confirmação do professor, há o início do jogo assim que o professor clicar em *Start*. A**s** perguntas e alternativas serão projetadas e as alternativas estarão associadas a uma cor e figura geométrica (Figura 7).

FIGURA 7 - Pergunta e alternativas na projeção do jogo em andamento.

Fonte: Lima e Sovierzoski (2019).

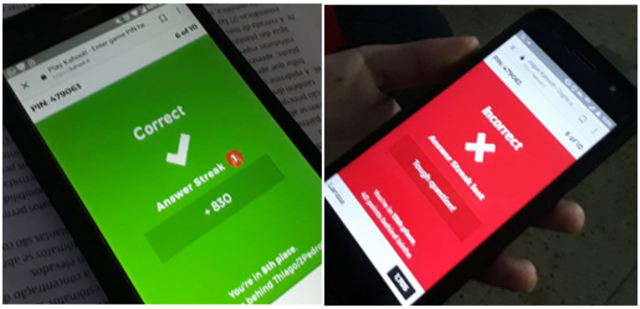
Os alunos, em seus celulares, visualizarão apenas as cores e as figuras, os quais deverão selecionar a figura/cor que corresponde à alternativa correta (Figura 8).

FIGURA 8 - Visão dos alunos em seus dispositivos

Fonte: Plataforma *Kahoot*

A pontuação ocorre em função do tempo e da resposta correta, e o aluno recebe um retorno de erro ou de acerto em seu dispositivo (Figura 9).

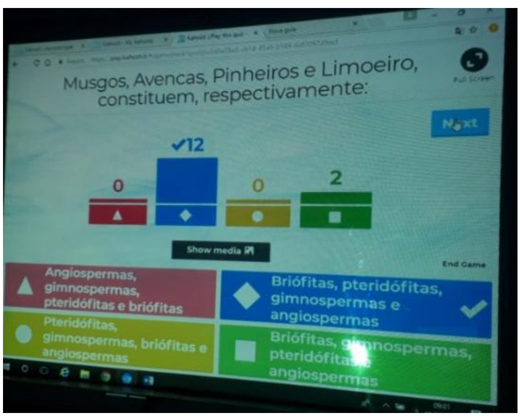
FIGURA 9 - *Feedback* para os alunos sobre seu acerto e seu erro



Fonte: Lima e Sovierzoski (2019).

A cada final de rodada aparece na tela projetada a resposta correta e a quantidade de alunos que responderam a cada alternativa. Além desta tela, também é mostrada a lista parcial dos jogadores (Figuras 10 e 11).

FIGURA 10 - Resposta correta e número de respostas dos jogadores para cada alternativa.



Fonte: Lima e Sovierzoski (2019).

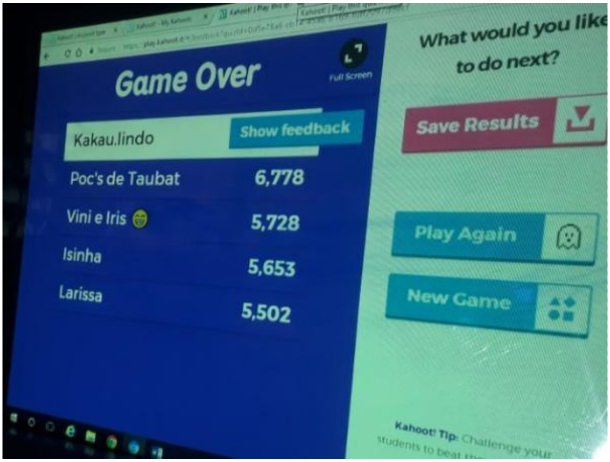
Vê-se qual foi a resposta correta e o número de alunos que acertaram esta questão, bem como as demais alternativas marcadas. Caso ocorra um número alto de erros, ou ainda uma alternativa errada marcada muitas vezes, é interessante para se realizar um diagnóstico e isso permite a correção de alguma informação incorreta ou duvidosa.

FIGURA 11 - *Ranking* parcial dos melhores jogadores.

Fonte: Lima e Sovierzoski (2019).

As telas referentes às demais questões aparecerão ao comando do professor quando esse clicar em *next* até o jogo ser finalizado ou o professor interromper o *quiz*. Quando acabar, aparecerá na tela do professor a classificação de pontos dos alunos mostrando as pontuações mais altas, conforme mostrado na Figura 12.

FIGURA 12 - Classificação final com as pontuações mais altas do *quiz*



Fonte: Lima e Sovierzoski (2019).

Quando a sessão é finalizada, o professor poderá baixar uma planilha com o relatório do jogo. Neste relatório, o professor tem acesso às respostas dos alunos, ordenadas por pontuação, quantidade de respostas corretas e incorretas e respostas marcadas em cada questão. Também há, para cada pergunta, o número de respostas, inclusive as corretas, a média de velocidade das respostas dadas e a pontuação para cada jogador por questão.

3 Aplicação do *Biobot* no *Kahoot* para botânica

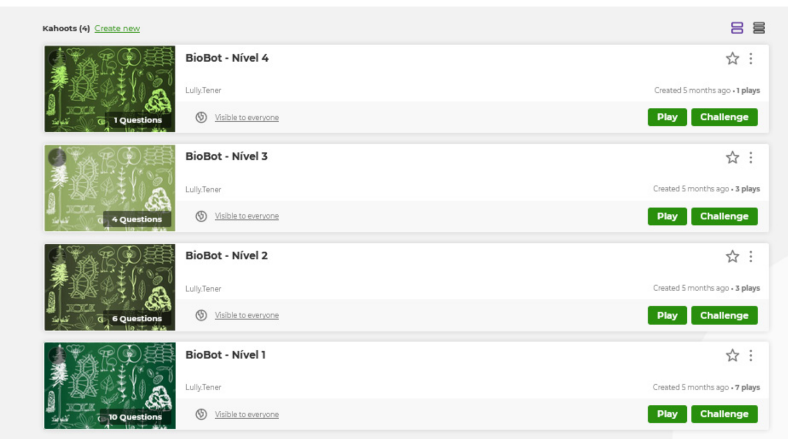
A aplicação do *quiz* desenvolveu-se no ano letivo de 2018 nas aulas de Biologia que serviram de base para a pesquisa da Dissertação da qual o Produto Educacional faz parte, com 40 alunos dos 2º anos do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Lagoa da Canoa, Alagoas.

A duração dessa prática foi de três aulas de 50 minutos cada e teve como objetivos averiguar como o recurso *Kahoot* pode contribuir para avaliar os conteúdos de Botânica, verificando em que medida esse recurso digital auxilia no processo de ensino e aprendizagem e se o mesmo facilita a desinibição, a socialização e a comunicação dos estudantes. Para a execução desta prática, foram utilizados: computador, *Internet*, projetor multimídia, dispositivos móveis e caixas de som. O jogo recebeu o nome de *BioBot*, fazendo referência à Biologia mais a disciplina de Botânica.

Para melhor aproveitamento posterior de tempo, houve uma oficina na qual os alunos aprenderam a utilizar o *Kahoot* para fins educacionais e se familiarizaram com a plataforma. As exposições teóricas de Botânica foram ministradas nas aulas regulares com utilização do livro didático, que também serviu como referência para a elaboração das questões do *quiz*, e nas aulas relativas à aplicação da pesquisa de Lima (2019).

Para customizar o jogo, uma vez que este teria também função avaliativa, foram elaboradas questões distribuídas em quatro sessões de perguntas, divididas por níveis, conforme Figura 13. A imagem utilizada para a capa de cada nível foi a mesma, sendo modificadas as cores, em tons de verde.

FIGURA 13 - Apresentação das sessões no *Kahoot*.



Fonte: Lima e Sovierzoski (2019).

Percebe-se que o nível 1 apresenta dez questões, o nível 2 tem seis questões, o nível 3 conta com quatro questões e o nível 4 possui apenas uma questão. Todos os alunos participam do nível 1, mas só foram ao nível 2 os cinco primeiros classificados. No caso desta aplicação, os alunos jogaram no modo de grupo, os cinco primeiros grupos foram para o nível 2. Foram jogar o nível 3 os três primeiros classificados no nível 2, destes se enfrentaram no último nível somente os dois primeiros grupos.

Cada aumento de nível acresce também o grau de dificuldade das questões e quem conseguir responder a última pergunta recebe a maior pontuação. Os demais recebem seus pontos por nível, conforme quadro abaixo:

QUADRO 1 - pontuação por nível alcançado para os classificados.

Nível	Nº de questões	Pontuação (Avaliação)
1	10	6 pontos
2	6	7 pontos
3	4	8 pontos
4	1	10 pontos

Fonte: Lima e Sovierzoski (2019).

4 Resultado e Discussão da Intervenção

Após a aplicação do jogo, os alunos foram questionados sobre a experiência, cuja finalidade foi identificar o grau de satisfação deles, considerando se foi divertido, se conseguiram verificar o que tinham aprendido e como se sentiram. As respostas para essas questões foram espontâneas e viu-se que todos participariam novamente, pois acharam a experiência bem divertida. Foi unânime, positivamente, também relativo ao fato de terem verificado o quanto sabiam do conteúdo, e todos se sentiram bem, competitivos, estimulados e divertidos (LIMA; SOVIERZOSKI, 2019).

Sobre esse tipo de trabalho, Pedroso (2009) afirma:

> As atividades lúdicas, como as brincadeiras, os brinquedos e os jogos, são reconhecidos pela sociedade como meio de fornecer ao indivíduo um ambiente agradável, motivador, prazeroso, planejado e enriquecido, que possibilita a aprendizagem de várias habilidades. Outra importante vantagem, no uso de atividades lúdicas, é a tendência em motivar o aluno a participar espontaneamente na aula. Acrescenta-se a isso, o auxílio do caráter lúdico no desenvolvimento da cooperação, da socialização e das relações afetivas e, a possibilidade de utilizar jogos didáticos, de modo a auxiliar os alunos na construção do conhecimento (PEDROSO, 2009, p.3183).

Lima (2019), em sua pesquisa, realizou uma entrevista para identificar o quanto foi relevante a experiência para os alunos, por meio de uma roda de conversa com eles, organizados em grupos de oito membros. Com referência à participação na atividade, eles responderam ao seguinte questionamento: *Vocês foram avaliados através do Kahoot*. *Gostaram da experiência*? *Por quê*?

Todos os entrevistados responderam que gostaram da experiência, apresentando os seguintes motivos (LIMA; SOVIERZOSKI, 2019, p. 19):

> "*Gostei de competir e aprender*"
> "*É bom fazer prova assim, a gente se sente mais seguro para responder*"
> "*Não lembrei que era avaliação, pois o joguinho estimulou a busca das respostas*"
> "*É legal usar a internet pra ser avaliado*"
> "*Não dá tempo de filar*! *É tudo muito rápido, muito dinâmico*"
> "*Avaliação assim é muito bom... Quero maissss*"
> "*É fácil de mexer, e ainda tem a ajuda dos colegas*"
> "*Gostei da competitividade do jogo... É estimulante*"

> *“Não parecia avaliação...”*
> *“É muito legal... Fiquei agoniada em não conseguir responder no tempo”*
> *“Não parece que é avaliação... Parece mais brincadeira”*
> *“Ganheiiiii maior pontuação! Quero jogar de novo”*
> *“Não dá pra perceber que é avaliação”*
> *“Fiquei com medo de ficar sem internet e não conseguir terminar a partida, mas o jogo foi muito massa”*
> *“Competição saudável e ainda vale pontos! A do rei”*
> *“Aprender com um jogo é o máximo!”*
> *“Não se lembra que é uma avaliação e que vale nota, pois o sufoco é grande”*

De acordo com Lima e Sovierzoski (2019) as respostas obtidas levam a perceber que a experiência foi bem-sucedida e a utilização do *quiz BioBot* como um Produto Educacional tem potencialidade de sucesso, quando o jogo for bem planejado e com objetivos definidos. O professor, quando tem clareza dos objetivos visados e organiza metodologicamente a atividade para alcançá-los, tem grandes chances de sucesso na implementação de um jogo para avaliar seus alunos (PEDROSO, 2009).

Campos, Bortolotto e Felício (2013) mencionam que os jogos estão ganhando espaço como um instrumento que incita a aprendizagem, na medida em que estimula o interesse do aluno, promovendo o desenvolvimento de diversos níveis de experiência pessoal e social, ajudando na construção de suas próprias descobertas, enriquecendo sua personalidade, e “simboliza um instrumento pedagógico que leva o professor à condição de condutor, estimulador e avaliador da aprendizagem” (p. 48).

Para os autores, os jogos podem ser usados para promover a aprendizagem, avaliar o conhecimento do aluno e ressignificar sua vivência, para eles:

> A apropriação e a aprendizagem significativa de conhecimentos são facilitadas quando tomam a forma aparente de atividade lúdica, pois os alunos ficam entusiasmados quando recebem a proposta de aprender de uma forma mais interativa e divertida, resultando em um aprendizado significativo (CAMPOS; BORTOLOTTO; FELÍCIO, 2013, p. 49).

Com as informações dadas pelos autores e a experiência vivenciada, verificou-se a progressão dos alunos, quanto aos conceitos propiciados para eles durante as aulas fornecidas durante a metodologia aplicada por Lima (2019), visto que foi notório o engajamento dos alunos na atividade, mostrando que alunos motivados e um professor com boas práticas potencializam o processo de aprendizagem. Para tanto, Lima (2019, p. 108) recomenda ao professor "uma atitude profissional pautada no comprometimento de ensinar com práticas que demostrem a viabilidade de uso de recursos de fácil acesso, cotidianos, motivacionais, com planejamento prévio e com significado para os alunos".

A figura do professor é essencial no processo de mediação pedagógica, podendo auxiliar na conversão da informação adquirida em conhecimento, selecionando recursos que serão integrados à utilização das novas tecnologias como uma ferramenta no processo de ensino e aprendizagem, facilitando a aprendizagem para os estudantes (SILVA; MENEZES; NASCIMENTO, 2018). As tecnologias expandem as possibilidades de o professor ensinar e do aluno aprender. Verifica-se que, quando empregadas adequadamente, amparam o processo educativo.

5 Considerações finais

Estabelecer uma proposta didática de maneira distinta é de grande valor nos dias de hoje. Vê-se que para avaliar as possibilidades e limites de utilização de uma atividade como esta é importante sua aplicação em sala de aula.

Considerando as concepções que os alunos têm sobre as tecnologias, sugere-se que os docentes elaborem e avaliem práticas pedagógicas que estabeleçam reflexões acerca da relação da aquisição cognitiva e os recursos tecnológicos. O acesso à tecnologia, em si, não é o aspecto mais importante, mas sim, a criação de novos ambientes de aprendizagem e de novas dinâmicas sociais a partir do uso dessas novas ferramentas tecnológicas

Verificou-se, com este estudo, que o *Kahoot* oportunizou ao aluno a possibilidade de aprender de maneira lúdica, utilizando seus celulares, o que quase sempre é proibido nas escolas, para uma atividade acadêmica. O *quiz* promoveu 100% de envolvimento dos alunos, transformando a sala de aula em um *game show* de aprendizagem, facilitando o uso das tecnologias móveis e da *Internet*, permitindo uma rica experiência social e de aprendizagem.

Espera-se que a proposição do *BioBot*, utilizando a plataforma *Kahoot* ao ser adaptada à realidade escolar do professor, possa contribuir com a sua prática pedagógica na busca de inovações didáticas, condição bastante necessária no ensino de Biologia.

Referências

BUTCHER, Neil. **Um Guia Básico sobre Recursos Educacionais Abertos (REA)**. Tradução da UNESCO. Paris: UNESCO, 2011. Disponível em: http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/CI/CI/pdf/publications/basic_guide_oer_pt.pdf. Acesso em 22 mai. 2018.

CALDEIRA, Ana Cristina Muscas. Avaliação da aprendizagem em meios digitais: novos contextos. In: **Congresso Internacional de Educação a Distância**, 11., 2004, Salvador. Anais... Salvador: ABED, 2004.

CAMPOS, Luciana Maria Lunardi; BORTOLOTTO, Tânia Mara; FELÍCIO, Ana Karina C. A produção de jogos didáticos para o ensino de ciências e biologia: uma proposta para favorecer a aprendizagem. **Caderno dos núcleos de Ensino**, São Paulo, v. 3548, p. 35 – 48, 2013.

CANAL, Mônica Patrícia. ***Kahoot*: uma maneira divertida de aprender a língua inglesa.** 2017. 20f. Artigo de Conclusão de curso (Especialização em tecnologias da informação e da comunicação aplicadas a educação) - Universidade Federal de Santa Maria – UAB. Três de Maio: RS, 2017.

COSTA, Giselda Santos. ***Kahoot*! um *gameshow* em sala de aula.** 2016. Disponível em: http://www.giseldacosta.com/wordpress/kahoot-um-gameshow-em-sala-de-aula. Acesso em 14 mai. de 2018.

GONÇALVES, Marcio. ***Kahoot*: o questionário digital que engaja.** In: INOVEDUC. 2017. Disponível em http://inoveduc.com.br/kahoot-o-questionario-digital-que-engaja/. Acesso em 22 set. 2018.

LIMA, Luciana Tener. **O Ensino de Botânica Mediado pelos Recursos Educacionais Abertos e pelo Modelo de Rotação por Estações da Educação Híbrida.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Alagoas, 2019.

LIMA, Luciana Tener; SOVIERZOSKI, Hilda Helena. **Biobot no Kahoot como recurso na verificação da aprendizagem**. Produto Educacional apresentado ao Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – Centro de Educação, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.

PEDROSO, Carla Vargas. Jogos didáticos no Ensino de Biologia: uma proposta metodológica baseada em módulo didático. In: Congresso Nacional de Educação (Educere) / Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia. 9., 3., Curitiba, 2009. **Anais...** Curitiba: PUCPR, 2009.

RELA, Eliana; DALL'AGNOL, Caroline. Reolon por nós mesmos: o Trabalho de Conclusão do Mestrado Profissional em História e o conceito de Produto. **Métis:** história & cultura, Caxias do Sul, v. 15, n. 29, p.178, 2016.

SILVA, Adilson Tadeu Basquerote; MENEZES, Eduardo Pimentel; NASCIMENTO, Rosemy da Silva. O uso dos celulares no Ensino Médio: o que dizem os estudantes? In: Simpósio Ibero-Americano de Tecnologias Educacionais, 1., Araranguá, 2018. **Anais...** Araranguá: UFSC, 2018, p. 208-215.

STEFENELLOGHISLENI, Taís; BECKER, Elsbeth Léia Spode. Aprender e ensinar: aplicativos educacionais na sociedade complexa e cibercultural. In: BORTOLUZZI, Valeria Iensen; ALVES, Marcos Alexandre. **Formação de professores:** ensino, linguagens e tecnologias [recurso eletrônico]. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Valeria_Iensen_Bortoluzzi/ publication/326654931_Formacao_de_professores_Ensino_linguagens_e_tecnologias/links/5b5b23780f7e9bc79a67fafc/Formacao-de-professores-Ensino-linguagens-e-tecnologias.pdf#page=111. Acesso em 10 fev. 2018.

O JOGO E SUA CONEXÃO COM A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Júlio Pereira da Silva

1 Introdução

A avaliação da aprendizagem é uma das principais responsabilidades do docente; um ato que pode promover ou interromper o desejo de aprender, a depender de como ele concebe a avaliação. Os momentos e processos avaliativos, muitas vezes, causam grandes temores, inquietações, preocupações e angustias, uma vez que há nas mãos dos docentes a apresentação ao sistema de ensino, à comunidade escolar, aos pais e aos alunos, em especial, o resultado das aprendizagens.

Geralmente os estudantes são avaliados por vários instrumentos ou meios, mas o resultado de sua aprendizagem sempre é apresentado com um valor numérico, o qual não consegue evidenciar se aconteceu a aprendizagem esperada ou não, pois esse número é quantitativo. Desta forma, interroga-se: É possível medir a aprendizagem de um discente? Com base em qual parâmetro? Qual instrumento consegue validar, com justiça, a aprendizagem de todos? Como usar apenas um instrumento para avaliar a diversidade de alunos, em seus diferentes ritmos e com distintas aprendizagens efetuadas?

Estes questionamentos iniciais podem fomentar reflexões, a fim de que atos avaliativos autoritários sejam repensados e novas posturas avaliativas sejam inseridas nas práticas pedagógicas. Assim, é crucial perguntar: O que é avaliar? Para quê avaliar? Quem avaliar?

Como avaliar? Quando avaliar? São questionamentos que implicam análises constantes, cujas respostas perpassam pelas vertentes da avaliação da aprendizagem, as quais oferecem uma diversidade de meios e situações de avaliação, cujo objetivo é promover aprendizagens.

Apresentação oral, observação sistemática, relatórios individuais, pareceres descritivos e qualitativos, dossiês, produção textual, desenhos, resumos, testes, provas, exercícios de fixação, manifestações dos estudantes, *jogos matemáticos*[26] ou qualquer outra atividade na qual haja as expressões, se constituem em informações importantes durante o processo avaliativo. O uso dessa diversidade de meios depende de como o docente concebe a avaliação, pois esta concepção está ligada às suas concepções de mundo, sociedade, sujeito, escola, matemática, ensino e aprendizagem; ambas estão relacionadas e integradas.

Por conseguinte, conforme mencionado anteriormente, esse artigo, além de provocar reflexões sobre o ato de avaliar nas aulas de Matemática, tem o propósito também, de apresentar o contexto do uso de jogos matemáticos[27], como meio de avaliar os alunos em suas aprendizagens.

Vale acentuar que, trata-se de uma proposta na qual a exploração dos jogos possui fins educativos, consequentemente, as potencialidades pedagógicas deste recurso se fortalecem, caso contrário elas se perdem, assim aduzem Silva, (2017), Medeiros (2017), Rêgo (2014), Starepravo (2009), Smole et al. (2008), entre outros pesquisadores que discutem o tema.

---

26 As pesquisas têm mostrado que os jogos possuem algumas funções, tais como: ensinar e aprender. Nesse trabalho corrobora-se os jogos como meio de avaliação da aprendizagem em Matemática, a partir dos estudos realizados por Silva (2016), Silva (2017) e Medeiros (2017), os quais sinalizam a função avaliativa dos jogos.

27 Entende-se por jogo matemático todo e qualquer jogo que esteja relacionado com algum conteúdo matemático durante sua exploração. Isto é, há uma intencionalidade pedagógica no trabalho com jogo.

Ao estabelecer um objetivo de aprendizagem, o ato de ensinar e avaliar estão diretamente relacionados, pois, entende-se que ensino, aprendizagem e avaliação são atos indissociáveis. Luckesi (2011, p. 148) afirma que "a avaliação é um ato do componente educativo" e não pode ser trabalhada separadamente, caso contrário, ela perde sua dimensão pedagógica.

Nestas perspectivas entende-se que partilhar experiências exitosas, no trabalho com jogos matemáticos em situação de avaliação da aprendizagem, pode se configurar em trocas de diálogos de professores para professores. Diálogos entre professores que produzem e produziram pesquisas e docentes que se dedicam ao ensino, mas se distanciam do ato pesquisar devido a uma somatória de exigências burocráticas. Nesse sentido, este artigo dialoga e compartilha conhecimentos através da sugestão de jogo e seus usos em contextos avaliativos de aprendizagem em matemática.

Para fins de organização, esta produção está dividida em seções. Na primeira seção estão as principais vertentes da avaliação da aprendizagem apresentada pela literatura, à luz de Luckesi (2006; 2011), Hoffmann (2014), Perrenoud (1999) e outros; na segunda seção estão expostas algumas funções dos jogos e suas conexões com a avaliação da aprendizagem em Matemática, baseando-se nos estudos de Silva (2017), Silva (2016), Medeiros (2017), Sobczak, Rolkouski e Maccarini (2014); na terceira seção está descrito um jogo matemático e seus encaminhamentos metodológicos em contextos avaliativos; e, por último, são tecidas considerações sobre a conexão que pode se estabelecer entre: jogos matemáticos e avaliação da aprendizagem.

2 **Concepções de avaliação da aprendizagem:** diagnóstica, formativa e mediadora

Geralmente quando o docente avisa em sala: "Faremos uma avaliação na próxima aula"; imediatamente algum aluno responde: "vai fazer prova, professor?" Relacionar provas ao ato de avaliar está ligado à concepção de muitos alunos e, até mesmo, de alguns professores sobre avaliação. Estes concebem avaliação como atribuir uma nota ao aprendizado do sujeito. Hoffmann (2014, p. 19) afirma categoricamente que "dar nota não é avaliar, fazer prova não é avaliar, registrar notas ou fazer boletins não é avaliação".

Afinal, o que é avaliar? Etimologicamente o termo avaliação é derivado do latim *valere*, que significa valorar e implica a ação de testar, medir ou atribuir valor a alguma coisa (CALVACANTI, 2001). É uma palavra que pode apresentar vários significados e dimensões devido a sua elasticidade. Estudiosos da área classificaram o termo em duas maneiras:

> Avaliação informal, no sentido "lato" inerente à atividade humana e avaliação formal, no sentido estrito, representante de uma ação que requer procedimentos científicos e pressupostos teórico-metodológicos, com sistematização, credibilidade e fidedignidade da informação (CALVACANTI, 2001, p. 47).

É fundamental entender a amplitude do termo e, consequentemente, seus diferentes significados, pois quando se trata de avaliação da aprendizagem a palavra começa a ganhar novos rumos e novas significações. Ela não se restringe ao valor numérico que é atribuído ao aluno quando ele realiza uma prova, teste, exercício ou atividade que vale nota.

Como alternativas às práticas avaliativas classificatórias, excludentes, seletivas, e considerando a amplitude do termo pelos investigadores da temática, esse artigo aponta três vertentes de avaliação da aprendizagem, a saber: Avaliação Diagnóstica proposta por Luckesi (2011); Avaliação Formativa, conceito enfatizado por Perrenoud (1999); e Avaliação Mediadora, concepção cunhada por Hoffmann (2005; 2014).

A Avaliação Diagnóstica – Defendida por Luckesi (2011, p. 197), como o próprio nome diz, visa "diagnosticar, retratar alguma coisa através dos dados que a constituem, isto é, a avaliação constata a qualidade da realidade, tendo como base seus dados". Trata-se de um processo investigativo no qual os dados são subsídios para novas intervenções pedagógicas, com vistas às possibilidades futuras de sucesso.

Com relação à construção do processo de aprendizagem, essa avaliação objetiva coletar, diagnosticar, acompanhar e oferecer informações sobre o processo pelo qual o aluno constrói seu conhecimento, visando o aprimoramento e fortalecimento de novas aprendizagens. No viés diagnóstico avaliativo, o professor passa a ter uma maior compreensão do desempenho dos alunos, acompanhando de perto e, a qualquer momento (início, meio ou fim) as situações que os envolvem, com vistas a planejar e executar novas ações e promover aprendizagens efetivas.

Assim, avaliação por ser diagnóstica, caracteriza-se como não-pontual, inclusiva, democrática e dialógica. Não-pontual, pois o foco não está em constatar apenas o que não foi aprendido, mas leva em consideração o que aconteceu, o que está acontecendo, o que pode vir a ocorrer no futuro, próximo ou distante (LUCKESI, 2011).

O ato de avaliar é inclusivo, porque abrange e alcança todos os estudantes. Nas palavras de Luckesi (2011), "caso o estudante manifeste não ter aprendido, é convidado a 'entrar na aprendizagem' e é auxiliado para que ela ocorra" (LUCKESI, 2011, p. 199). São abertas todas as possibilidades, fazendo com que os alunos sintam-se à vontade e desejosos de aprender. A escola deve tomar ciência do impasse que acontece com os estudantes, e oferecer-lhes suportes para que consigam ultrapassá-los.

Por ser diagnóstica, não pontual, inclusiva, a avaliação, é democrática/dialógica. O diálogo e interação entre docentes e sujeitos avaliados são fundamentais nesse processo, porque ambos têm a oportunidade de fazer autoavaliação, fazer negociações, dizer diferentes opiniões, manifestar distintas expressões, abrindo possibilidade de reflexão do pensamento e da ação. "O diálogo, em avaliação da aprendizagem, torna-se fundamental para saber de onde cada um dos interlocutores – nesse caso, o educador e o educando – está falando" (LUCKESI, 2011, p. 203). Isto posto, avaliação diagnóstica é "um momento dialético de 'senso' do estágio em que se está e de uma distância da perspectiva que está colocada como ponto a ser atingido" (LUCKESI, 2006, p. 35).

É uma perspectiva que está em oposição ao viés classificatório[28] de avaliação. O viés classificatório de avaliação, conforme Silva (2017, p.36), "operacionaliza-se em um cenário em que a burocracia, as técnicas, as atitudes repreensivas, o autoritarismo, o medo, a exclusão, os aspectos quantitativos são protagonistas". Sendo assim, Luckesi (2011; 2006) explica que, a prática classificatória de avaliação separa os alunos em partes antagônicas "bons ou ruins", "aptos e inaptos", "aprovados ou reprovados", e "superior ou inferior".

Avaliação formativa - Esta vertente de avaliação é defendida por Perrenoud (1999). O autor busca justificar sua posição comparando o trabalho do professor ao de um médico. O médico não divide os pacientes em "mais doentes" ou "menos doentes" ou oferece um tratamento coletivo aos enfermos. Ele busca fazer um diagnóstico individualizado, luta contra a doença do indivíduo, objetivando ter sucesso no tratamento, isto é, melhorar a saúde do sujeito.

De modo similar, a avaliação da aprendizagem deve ter um caráter formativo, nenhum avaliador deveria observar seus alunos somente no coletivo, através de um único instrumento de avaliação, exercendo uma pedagogia homogeneizante. O trabalho com avaliação formativa é diferenciado e individualizado, contribuindo para a aprendizagem de todos. Destarte, "é formativa toda avaliação que ajuda o aluno a aprender e a se desenvolver; ou melhor, que participa da regulação das aprendizagens e do desenvolvimento no sentido de um projeto educativo" (PERRENOUD, 1999, p. 50).

28 Para obter mais informações sobre o viés classificatório de avaliação e saber mais sobre avaliação diagnóstica, consultar o blog do professor Carlos Cipriano Luckesi: http://luckesi.blogspot.com/.

Destacam-se nesse artigo, três características peculiares da avaliação formativa, a saber: promoção de aprendizagens, erro como meio de oferecer informações qualitativas; progresso individual do educando; e alunos sendo sujeitos ativos do processo. A promoção e a efetivação da aprendizagem perpassam por qualquer prática docente, uma vez que é por meio do planejamento, execução e reflexão que as aprendizagens vão ocorrendo, isto é, levar os alunos a efetuar novas aprendizagens. Sendo necessário que se tenha sensibilidade ao olhar o sujeito em sua individualidade, suas necessidades, seus ritmos de aprendizagens e formas diferenciadas que utilizam para aprender, pois a subjetividade é implícita ao ato avaliativo.

Nas tentativas de avançar em suas aprendizagens, é normal que os alunos cometam erros. Esses erros não podem ser vistos como um elemento frustrador, nem ser usado como punição ou até mesmo uma arma coercitiva por parte dos professores. Para Perrenoud (1999), o erro pode ser considerado uma fonte de informação na qual haja análise do que foi apresentado como erro pelo aluno, fazendo-o melhor refletir sobre e, ao mesmo tempo, oferecendo dados para que novos procedimentos sejam adotados. Silva (2017, p. 46) afirma que "o erro é um caminho para o acerto, em que os alunos tomam consciência do que o manifestou, e começam a enxergá-lo como algo motivador para superar suas expectativas e avançar em seus caminhos na apropriação do conhecimento matemático e realização pessoal".

No caminho para alcançar êxito em suas aprendizagens, o aluno torna-se um sujeito ativo, e é convidado a elaborar os critérios de avaliação em parceira com o professor, permitindo ao aluno conhecer sua trilha do conhecimento através da avaliação contínua. No processo de avaliação formativa[29], além de alunos e professores, os pais, gestores e todos os atores envolvidos nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação, são responsáveis por transmitir

29 Para entender mais sobre avaliação formativa visitar o texto *uma abordagem pragmática da avaliação formativa* (PERRENOUD, 1999).

motivação e autoconfiança aos educandos. Assim, o campo de atuação da avaliação formativa ultrapassa os muros da sala de aula.

Avaliação mediadora[30] – Termo cunhado por Jussara Hoffmann cujo objetivo é promover ações sistemáticas no/e durante os processos de ensinar e aprender. Para Hoffmann (2014, p. 89) "a avaliação não é exclusivamente o momento, mas o próprio desenrolar do trabalho".

Reflexões contínuas, sistemáticas e intervenções pedagógicas que intencionam melhorar as aprendizagens dos sujeitos devem ocorrer constantemente, porque a mediação é o elo fundamental na construção do conhecimento. Hoffman (2014) entende que,

> Avaliação é a reflexão transformada em ação. Ação, essa, que nos impulsiona a novas reflexões. Reflexões permanentes do educador sobre a sua realidade, e acompanhamento, passo a passo, do educando, na sua trajetória de construção de conhecimento. Um processo interativo, através do qual educandos e educadores aprendem sobre si mesmos e sobre a realidade escolar no ato próprio da avaliação (HOFFMANN, 2014, p. 24).

Nessas idas e vindas de construção, reconstrução do conhecimento, a avaliação mediadora é desenvolvida a partir da confiança mútua entre professor e alunos, a transformar o ato avaliativo em momentos prazerosos, descobertas incríveis e em troca de conhecimento. Esse clima de confiança crescente entre estes atores favorece: as interações em situações respeitosas; propositura de atividades desafiadoras; e em situações-problema nas quais os educandos enxerguem o seu papel no mundo e na sociedade.

30 Para saber mais sobre avaliação mediadora assistir o vídeo da professora Jussara Hoffmann, intitulado: Avaliação Mediadora: concepções e metodologias em discussão. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=-RWgqJVBpUQg. Acesso em: 24 maio 2020.

Partindo dessas considerações, Hoffmann (2014) aponta algumas linhas norteadoras numa perspectiva de avaliação mediadora:

- Conversão dos métodos de correção tradicionais (de verificação de erros e acertos) em métodos investigativos, de interpretação das alternativas de solução proposta pelos alunos às diferentes situações de aprendizagem.
- Privilégio a testes e tarefas menores, frequentes e sucessivos em todos os graus de ensino, com registros significativos sobre a evolução dos alunos.
- Compromisso permanente do professor com o acompanhamento do processo de construção do conhecimento do aluno numa postura epistemológica que privilegie o entendimento e não a memorização (HOFFMANN, 2014, p.104).

Nessa linha de pensamento é perceptível que o foco dado à avaliação da aprendizagem está na análise crítica das manifestações, informações e expressões dos alunos nos diversos meios de avaliação. Os dados, nesse viés avaliativo, ganham um olhar qualitativo. Pois, no entendimento da autora, "a qualidade é um atributo mais amplo, é condição das coisas ou das pessoas que se vê para além da simples percepção, e que ocorre em maior ou menor intensidade, perfeição e profundidade" (HOFFMANN, 2014, p. 50).

No ambiente escolar ou no interior da sala de aula, essa qualidade está implícita nas estratégias que os alunos utilizam para resolver cálculos, em suas formas de expressões, nos argumentos que usam para defender um ponto de vista, na criatividade, na originalidade das ideias, nas maneiras de sentir e agir dos estudantes e em suas manifestações enquanto sujeitos que buscam aperfeiçoar seus desempenhos.

Diante do exposto e dos redimensionamentos dados à avaliação da aprendizagem, é possível utilizar distintas situações/meios para que as aprendizagens sejam efetuadas. Nos atos de ensinar e aprender matemática, o docente pode utilizar diferentes estratégias, inclusive, o contexto do uso de jogos matemáticos, pois este se apresenta como rico recurso em construção do conhecimento e, por conseguinte, pode ser trabalhado em situações de avaliação processual pelo professor, e autoavaliação pelo aluno conforme salienta (SILVA, 2017; SOBCZAK; ROLKOUSKI; MACCAN, 2014).

3 Jogos matemáticos e avaliação da aprendizagem: algumas considerações

As potencialidades dos jogos matemáticos enquanto recursos pedagógicos são várias, a saber: auxiliar os professores nos atos de ensinar e aprender; fortalecer laços afetivos entre professores e alunos; contribuir para o desenvolvimento e avanços cognitivos; desenvolver atitudes positivas em relação à matemática; possibilitar o desenvolvimento de elementos reguladores de frustração; abrir espaço para discussão, construção e reconstrução de conceitos matemáticos; explorar cálculo mental; lidar com as derrotas e vitórias; gostar de aprender; estabelecer ligação com a *avaliação da aprendizagem em matemática* (GRANDO, 2000; MORAES; PIROLA, 2015; RÊGO, 2014; SILVA, 2017; MEDEIROS, 2017).

A função avaliativa dos jogos matemáticos, destacada acima, ganha ênfase, pois há relações estreitas em jogos matemáticos e avaliação da aprendizagem; entre o uso de jogos e momentos de avaliação processual por parte do professor, a depender da concepção de aprendizagem de matemática do docente avaliador.

> É importante observar que o jogo pode propiciar a construção de conhecimentos novos, um aprofundamento do que foi trabalhado ou ainda, a revisão de conceitos já aprendidos, *servindo como um momento de avaliação processual* pelo professor e de autoavaliação pelo aluno (SOBCZAK; ROLKOUSKI; MACCANI, 2014, p. 5, grifo nosso).

Estes autores vislumbram as atividades de jogos como momentos de avaliação da aprendizagem em matemática por meio da observação sistemática. Os diferentes e variados jogos possibilitam aos alunos falar, se expressar, manifestar seus pensamentos e interesses, analisar cada jogada, pensar, refletir, dividir, respeitar ou conforme a abordagem do professor registrar suas produções durante as jogadas. Estes dados coletados são fontes de informações as quais serão analisadas, qualitativamente, pelo avaliador.

Medeiros (2017), ao desvelar em seus estudos a percepção de professores de Matemática sobre o uso de jogos em suas práticas pedagógicas, evidencia que alguns sujeitos da pesquisa sinalizaram que trabalhavam com jogos para avaliar a aprendizagem dos discentes.

Silva (2016), em sua investigação ao explorar o jogo como instrumento de avaliação no conceito de função consegue diagnosticar algumas limitações dos pesquisados com relação ao conceito trabalhado: relação entre as variáveis; não identificação do valor de uma das variáveis quando era dado o valor de sua dependente; entre outros. A autora, ao perceber que os alunos precisavam avançar e consolidar este conceito, explorou novos jogos e trabalhou com novas estratégias para que os conceitos de função fossem aprendidos.

Silva (2017), ao focar em sua investigação no uso de jogos matemáticos com Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental e sua relação com avaliação da aprendizagem em Matemática, evidencia essa conexão, pois, conforme ressalta o pesquisador, a abordagem dos jogos é rica, faz-se necessário investigar todos os seus aspectos, inclusive sua função avaliativa.

Os sujeitos da pesquisa de Silva (2017), em sua maioria, afirmaram que o uso deste recurso pode ser transformado em contextos avaliativos, pois a variedades de jogos permitem a exploração e construção de muitos conhecimentos matemáticos. Em suas conclusões, o autor afirma:

> É na conexão entre jogo e avaliação da aprendizagem em Matemática que o professor vai auxiliando os discentes na compreensão dos conteúdos dessa disciplina, isto é, durante

> o jogo é possível contribuir para consolidar conhecimentos matemáticos. Cabe ao educador direcionar o trabalho, listar critérios de observação por meios dos quais o fazer e o pensamento matemático são levados em consideração (SILVA, 2017, p. 97).

Neste sentido, reforça-se que as potencialidades dos jogos apenas aumentam, além de ensinar, aprender os jogos contribuem para fortalecimento do processo avaliativo, porque "diante de uma abordagem rica que o jogo proporciona, por que não usar o seu contexto para lançar também o olhar de avaliador, uma vez que o processo avaliativo acontece em todos os momentos da aula?" (SILVA, 2017, p. 98).

4 Conexões possíveis entre jogos matemáticos e avaliação da aprendizagem: encaminhamentos metodológicos

Esta seção apresenta algumas conexões entre jogos matemáticos e avaliação da aprendizagem, contendo sugestão de apenas um jogo, devido a limitação de páginas do artigo, e seus encaminhamentos metodológicos e avaliativos. O público alvo são professores que ensinam Matemática, especificamente os que atuam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Orientações gerais - A utilização de qualquer estratégia de ensino requer planejamento e atitudes coerentes de cada metodologia. Com relação ao jogo é bom lembrar que durante as jogadas os estudantes ficam eufóricos, conversam muito, dão risadas, divergem entre si, deixando o ambiente agitado; gera diversão e entretenimento. Vale compreender que estas posturas são próprias do trabalho com jogos.

Para explorar os jogos em sala de aula, como recurso didático e aproveitar as situações avaliativas, exigem-se alguns cuidados: planejamento, explicitar objetivo de aprendizagem e as estratégias metodológicas, conhecer o jogo com o qual irá trabalhar, jogar e fazer a exploração antes de inseri-lo em sala de aula (para descobrir todas as potencialidades pedagógicas, limitações e características), saber/escolher o momento oportuno dessa inserção, registrar os conhecimentos matemáticos que podem ser construídos e trabalhados durante as jogadas, ter consciência das regras, separar o material necessário, e estabelecer tempo para explorá-los.

O *Jogo Ganha Cem Primeiro*, descrito abaixo, objetiva fortalecer/consolidar as aprendizagens das crianças do conteúdo *Sistema de Numeração Decimal*. Para melhor compreensão estão explícitos: o objetivo do jogo, material, procedimentos (regras) e sugestão de alguns pontos que podem ser usados como critérios de avaliação (MUNIZ et al., 2014).

QUADRO 1 - Materiais do Jogo Ganha Cem Primeiro

Materiais	**Objetivo, indicação da turma e número de participantes**
• Ao menos 12 ligas elásticas (elásticos utilizados, em geral, para amarrar dinheiro) por jogador; • Dois dados, de preferência com algarismos. Se for com bolinhas, de preferência • que não seja o tradicional, isto é, sem constelação (sem a distribuição clássica das quantidades), fazendo com que a criança tenha que contar a quantidade indicada em cada dado, conforme observamos na figura a seguir. Os dados podem ter quantidades maiores que seis; • 1 pote (que pode ser copo plástico ou embalagem de sorvete).	*Objetivo pedagógico*: Construir a noção de agrupamento de 10 em 10. *Número de jogadores*: Entre 2 e 4 participantes. *Indicação*: Turmas do 1° e 2 anos.

Fonte: Adaptado de Muniz et al. (2014, p. 48-49).

QUADRO 2 - Regras do Jogo Ganha Cem Primeiro

***Na primeira rodada*:**
• Cada jogador, na sua vez, lança os dois dados e pega a quantidade em palitos;
• De acordo com o valor indicado pelo total de pontos dos dados. Todos os palitos devem estar inicialmente depositados no pote

• Se o resultado for igual ou maior que 10, a criança deverá usar a liga elástica; • Para amarrar 10 palitos e formar um grupo. Se houver sobra, ela ficará na mesa, sem amarrar, para se juntar aos palitos ganhos nas próximas rodadas, a fim de fazer novos grupos. Caso o resultado seja menor que 10, o jogador deverá deixá-los na mesa sem amarrar, esperando a próxima rodada na esperança de formar um grupo de 10; • Ao concluir a organização de seus palitos soltos e dos grupos, passa os dois dados para o colega seguinte, dizendo: "EU TE AUTORIZO A JOGAR". Isto faz com que cada jogador tenha sua rodada garantida e que os demais observem as contagens, correspondências, agrupamentos, aprendendo e refletindo, não apenas nas suas próprias ações, mas nas ações dos colegas.
• ***Nas rodadas seguintes*:** • Lançar os dados e, cada vez que obtiver DEZ palitos, usar a liga elástica para formar um grupo, podendo ficar, no final da rodada, com palitos soltos e grupos; • Se houver palitos soltos, serão guardados para serem acrescentados aos que serão ganhos nas rodadas posteriores, sendo que devem ficar na carteira do aluno, organizados, de forma a não misturar com os dos colegas (isso também é Matemática) ou com os do pote. Os palitos inicialmente devem ficar no pote, visando à organização do material e para não haver mistura (a escola deve fornecer meios para ajudar a criança pequena, em processo de alfabetização, a se organizar); • Ao obter DEZ grupos de dez palitinhos, usar uma liga elástica para agrupar os dez grupos, formando um grupão. Assim feito, a criança levanta o grupão e declara em voz alta "ganhei CEM primeiro". Caso levante os dez grupos sem agrupá-los em um grupão, é punido perdendo um grupo de dez, que volta ao pote. • Quando um aluno se declarar ganhador, os colegas devem conferir se está tudo certo, ou seja, se o grupão é formado de dez grupos amarrados e se cada grupo tem dez palitinhos. • O jogo não termina com a declaração do primeiro ganhador. O professor deve estimular os demais jogadores a continuar o jogo para ver quem ficará em segundo, terceiro lugar, e assim por diante. • Quem já ganhou fica ajudando a conferir as quantidades que cada jogador está obtendo e organizando em grupos.

Fonte: Adaptado de Muniz et al. (2014, p. 48-49)

O Jogo Ganha Cem Primeiro e seus encaminhamentos metodológicos possibilitam a construção do entendimento do Sistema de

Numeração Decimal, a prática de contagem, “descontagem”[31], cálculo mental, composição numérica, associação da quantidade com o símbolo, comparação de quantidade e construção da base dez; além de contribuir para melhor manipulação dos algoritmos das operações básicas, posteriormente. Nesse Jogo, Muniz et al. (2014, p. 50) lista alguns critérios avaliativos que podem ser observáveis nos alunos na hora do jogo, quais sejam:

Quadro 3 - Avaliação do Jogo Ganha Cem Primeiro

• Faz correspondência entre o valor obtido nos dados e a quantidade de palitos; • Soma os valores e pega a quantidade correspondente a cada dado, juntando depois; • Faz “sobrecontagem”, ou seja, conta a partir da primeira quantidade ou recomeça tudo novamente; • Mobiliza noções iniciais de probabilidade, tais como se ela prevê se, lançando os dados, vai dar para amarrar ou não, se vai ou não alcançar um colega, se ainda pode ganhar ou se já perdeu; • Preserva as quantidades e verbaliza quantos palitos soltos, grupos e palitos no total o jogador tem em determinada rodada; • Consegue comparar as quantidades obtidas pelos jogadores de seu grupo; • Acompanha e verifica as contagens e agrupamentos dos demais jogadores; • Tem autorregulação quanto ao processo de formação de grupos de Dez a cada momento do jogo; • A cada dez, amarra formando grupos de dez; • Ao obter dez grupos, agrupa e se declara ganhador.

Fonte: adaptado de Muniz et al. (2014, p. 48-49)

É fundamental ressaltar que os critérios acima listados não são únicos, cabe ao professor elaborar outros pontos a serem observados durante a aplicação do jogo. O uso de outras estratégias complementares para auxiliar a aplicação fortalece o processo de construção do conhecimento (Sistema de Numeração Decimal). Então, o professor poderá trabalhar com desenhos para representar o pensamento dos alunos, problematizar com contextos cotidianos e relacionar com outras metodologias de ensino.

31 É uma ação que possibilita o processo reverso da contagem. Por exemplo, se o aluno conta de 1 até 20, ele pode fazer o processo contrário, começando de 20 até 1. Esse processo ajuda no entendimento da ideia de agrupamento, principalmente ao romper do processo de contagem para o Sistema de Numeração Decimal.

5 Considerações não tão finais

Esta seção não pretende encerrar as discussões nem finalizar os diálogos e reflexões sobre os jogos matemáticos e suas conexões com a avaliação da aprendizagem na disciplina de Matemática, principalmente na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental – níveis nos quais o uso dessa metodologia é indispensável.

As potencialidades desse meio de ensino, aprendizagem e avaliação envolvem dimensões que perpassam a prática pedagógica. Assim, os jogos não podem ser trabalhados para divertimento ou entretenimento, se assim ocorrer, a dimensão pedagógica se perde. Necessita-se do estabelecimento de objetivos de aprendizagens e estratégias que construam o caminho para consolidação ou aquisição de conhecimentos matemáticos.

Ao focar na dimensão avaliativa do jogo os olhares sobre essa metodologia são ampliados e, consequentemente, exige-se um planejamento, pois além do aspecto lúdico, os pedagógicos devem estar presentes. Mas, calma! Sabe-se também que o trabalho com jogo demanda tempo, organização, experiências exitosas com esse recurso e domínio do conteúdo matemático que será explorado durante o jogo, pois estes são alguns fatores fundamentais para que o trabalho com esta metodologia alcance êxito. Atrelado a essas questões estão a falta de tempo por parte dos docentes, as limitações que os próprios jogos apresentam, dentre outras situações que tentam impedir o professor de levar a sua sala de aula os jogos ou outros meios de ensinar, aprender e avaliar.

Portanto, são elencadas algumas dicas/sugestões para que, você professor, comece a explorar esse recurso como meio de avaliação da aprendizagem: organize seu tempo para fazer leituras de pesquisas que abordem a temática (fundamenta-se teoricamente sobre o uso de jogos e aprofunde seus conhecimentos sobre avaliação da aprendizagem); antes de trabalhar com esta metodologia revise, aprofunde sobre os conceitos matemáticos que serão trabalhados (na hora do jogo podem surgir dúvidas e sua mediação é fundamental para concretizar a aprendizagem); aos poucos implemente essa metodologia de ensino, a fazer a análise crítica do seu uso; compreenda que todo jogo tem sua especificidade, bem como cada turma tem a sua; participe de curso de formação contínua para conhecer novos jogos e aperfeiçoar sua prática com essa metodologia; por fim, permita-se repensar, mudar, e rever suas práticas avaliativas.

Deste modo, as práticas pedagógicas são reinventadas, transformadas, redimensionadas, redirecionadas na tentativa de atingir o objetivo principal do trabalho pedagógico da escola: o aprendizado do discente. Lembre-se: o debate continua e suas críticas e ponderações são fundamentais para ampliar esta discussão.

Referências

CAVALCANTI, Paula Arcoverde. **Avaliação de políticas, programas e projetos:** uma contribuição para área educacional. 2001. 200f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, SP, 2001.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2000. 239p. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 2000.

HOFFMANN, Jussara. **O Jogo contrário da avaliação**. Porto Alegre: Mediação, 2005.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação Mediadora:** mito & desafio: uma perspectiva construtivista. 4. ed. Porto Alegre: Mediação, 2014.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem componente do ato educativo**. São Paulo: Cortez, 2011.

MEDEIROS, Ana Paula Cavacante. **O uso de jogos na percepção dos professores de matemática da cidade de São José de Piranhas na Paraíba.** 2017. 29 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, Universidade Estadual da Paraíba, Patos, 2017.

MORAES, Mara Sueli Simão; PIROLA, Nelson Antônio. Atitudes positivas em relação à Matemática. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Alfabetização matemática na perspectiva do letramento. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2015.

MUNIZ, Cristiano Alberto; SANTANA, Eurivalda, Ribeiro dos Santos; MAGINA, Sandra Maria Pinto; FREITAS, Sueli Brito Lira de. O corpo como fonte de conhecimento matemático. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Construção do Sistema de numeração decimal/ Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

PERRENOUD. Philippe. **Avaliação:** da excelência à regulação das aprendizagens. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PERRENOUD, Philippe. Uma abordagem pragmática da avaliação formativa. In: PERRENOUD, Philippe. Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens-entre duas lógicas; trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 1999. 183p.

RÊGO, Rogéria do Gaudêncio. Os jogos no ensino de Matemática. In: FARIAS, Evangelina Maria Brito et al**. Letramentos em matemática – PNAIC PARAÍBA**. João Pessoa: Editora da UFPB, 2014.

SILVA, Ariana Costa. **O uso de jogos nas aulas de Matemática do Ensino Médio**: Um recurso avaliativo do conceito de função. 2016. 173f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM)- Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SILVA, Júlio Pereira da. **Jogos e avaliação da aprendizagem em Matemática:** Percepções docentes sobre o avaliar na educação infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. 2017. 135f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

SOBCZAK, Anne Heloíse; Emerson, ROLKOUSKI; MACCARINI. Justina C. Motter, Jogos na educação matemática. In: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Jogos na alfabetização Matemática. Brasília: MEC/SEB, 2014.

STAREPRAVO, Ana Ruth. **Jogando com a matemática:** números e operações. Curitiba: Aymara, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco et al. **Cadernos do Mathema:** Jogos matemáticos de 1º ao 3º ano. Porto Alegre: Grupo A, 2008.

SOBRE OS AUTORES

ANDERSON CANGANE PINHEIRO é mestre em Educação para a Ciência pelo Programa de Pós-graduação de Educação da Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho - UNESP campus Bauru/SP. Especialista em Gestão Escolar. Graduado em Licenciatura em Matemática pela UNESP campus de São José do Rio Preto/SP e em Pedagogia. Participante do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (GPPEM) da UNESP campus Bauru e do Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Científica do Instituto Federal - campus Birigui/SP. Tem experiência como professor e coordenador de escola de educação básica. Atuou no ensino superior. Atualmente é diretor de escola na rede pública de ensino do Estado de São Paulo. Tem interesse em temas da Educação Matemática dentre eles: Crenças de Autoeficácia, Atitudes em relação à Matemática, autorregulação da aprendizagem, formação de conceitos, resolução de problemas, pensamento algébrico e o ensino-aprendizagem de álgebra, TDIC e avaliação da aprendizagem.
E-mail: anderson_cp@professor.sp.gov.br

ANDRÉ FERREIRA DE LIMA, doutorando em Educação Matemática pela Unesp – Rio Claro, é mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PPGECEM-UEPB. Possui Especialização em Matemática Básica pela Universidade Estadual da Paraíba, Campus VI – Monteiro/PB e Especialização em Economia Solidária com Ênfase em Educação de Jovens e Adultos pela Universidade Federal de Campina Grande. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Autarquia de Ensino Superior de Arcoverde. Professor da Educação Básico do Estado de Pernambuco e do município de Zabelê. É membro do LEEMAT desde 2013. Interessa-se por Educação Matemática, especialmente Didática da

Matemática, Ensino de Matemática com ênfase em geometria nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental.
ORCID: 0000-0001-9134-3516
E-mail: andreanderlainelyma@gmail.com

DHIEGO VIEIRA DO AMARAL é mestre em Educação, com área de concentração em Ensino de Ciências e Matemática, pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, em especial nas temáticas que incluem Laboratório de Ensino de Matemática. Atualmente é professor estatutário da Rede Estadual de Ensino da Paraíba, lecionando na etapa de ensino Médio e na modalidade da EJA.
E-mail: dhiegodebranca@gmail.com

GILBERTO BESERRA DA SILVA FILHO, doutorando em em Ensino das Ciências pela UFRPE, possui graduação em Matemática - Autarquia Educacional de Serra Talhada AESET (2003) e mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (2015). Atualmente é professor titular da Escola Estadual de Ensino Médio Semi Integral Aires Gama e professor titular da Escola Estadual de Ensino Médio e Técnico Gama e Melo.
E-mail: filho.gilberto8@gmail.com

HILDA HELENA SOVIERZOSKI é graduada em Ciências Biológicas pela Universidade Federal do Paraná (1985), com Mestrado em Zoologia pela Universidade Federal do Paraná (1991) e Doutorado em Ciências Biológicas (Zoologia) pela Universidade de São Paulo (2000). Professora Adjunto da Universidade Federal de Alagoas. Tem experiência na área de Zoologia, na Taxonomia de Poliquetas, atuando também na pesquisa de comunidades macrobentônicas, Educação Ambiental, Ensino de Ciências, Ensino de Biologia e Formação de professores. Participa do Programa de Pós-Graduação em Ensino

de Ciências e Matemática (PPGECIM), mestrado profissional multiunidades e interinstitucional da Universidade Federal de Alagoas, como docente permanente e orientadora. Integra o corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino, da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) e do Programa de Pós-Graduação Doutorado em Ciências e Matemática em rede (RENOEN), como colaboradora e orientadora. **ORCID**: 0000-0001-8158-6733
E-mail: hsovierzoski@gmail.com

IVAN BEZERRA DE SOUSA, doutorando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PPGECEM-UEPB, é mestre pelo mesmo Programa. Especialista em Educação Matemática pela Faculdade Integrada de Patos (FIP). Graduado em Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Professor de Matemática na Secretaria da Educação e da Ciência e Tecnologia (SEECT - PB), lotado na 9ª Gerência Regional de Educação. Professor de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela rede municipal de São João do Rio do Peixe. É membro do Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-Pedagógico (LEEMAT) desde 2016. Interessa-se por Educação Matemática, principalmente por temas voltadas a Didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática.
ORCID: 0000-0001-8668-7111
E-mail: ivan2009.2@hotmail.com

JOHN ANDREW FOSSA é Doutor em Educação Matemática pela Texas A&M University. Atualmente Professor Visitante no PPGECEM da UEPB. Interessa-se por Educação Matemática e História da Matemática.
ORCID: 0000-0002-7957-6656
E-mail: jfossa03@gmail.com.br

JOSÉ JOELSON PIMENTEL DE ALMEIDA é Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (UFBA); Mestre em Educação pela Universidade de São Paulo (USP); Licenciado em Matemática também pela USP. Possui experiência no Ensino Superior, Ensino Fundamental e Ensino Médio. É professor do curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (PPGECEM-UEPB). Coordenador do PPGECEM-UEPB no período 2016-2021. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente na formação de professores que ensinam matemática, em especial com temáticas que incluem leitura e escrita em Educação Matemática. É membro líder do Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-Pedagógico (LEEMAT).
ORCID: 0000-0001-8210-584X
E-mail: jjmat@alumni.usp.br

JÚLIO PEREIRA DA SILVA, doutorando em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE, é mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PPGECEM-UEPB. Especialista em Supervisão e Orientação Educacional pela Faculdade Integrada de Patos (FIP). Licenciado em Pedagogia pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Coordenador Pedagógico na Secretaria de Estado da Educação, da Cultura, do Esporte e do Lazer (SEEC/RN), lotado na 9ª Diretoria Regional da Educação no município de Currais Novos, RN. Professor da Educação Básica do Município de Campo Redondo, RN. Atuou como professor do Ensino Superior nos cursos de Licenciatura em Matemática, Física, Pedagogia e Educação Física pela Universidade Estadual da Paraíba, campus VII, em Patos/PB. Membro dos Grupos de Pesquisas de *Leitura e Escrita em Educação Matemática* (LEEMAT) e de *Materiais Didáticos de Ensino de Matemática* (GPMADEM). Interessa-se por temas nas áreas

de Educação e Educação Matemática, especialmente na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental.
ORCID: 0000-0003-3814-1442
E-mail: juliopereira86@yahoo.com.br

LEONARDO SILVA SANTOS, doutorando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PPGECEM-UEPB, é mestre pelo mesmo Pgrama. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Professor Permanente de Matemática na Secretaria da Educação e da Ciência e Tecnologia (SEECT - PB) lotado na 2º GRE. Professor permanente de Matemática na Secretaria de Estado da Educação, da Cultura, do Esporte e do Lazer (SEEC - RN) lotado na 3º DIRED. Interessa-se por Educação Matemática, Didática e Metodologias para o Ensino de Matemática, História da Matemática e Ensino de Matemática por Atividades.
ORCID: 0000-0003-0571-1947
E-mail: leonardoufcg2@gmail.com

LUCIANA TENER LIMA, doutoranda em Ensino pela Rede Nordeste de Ensino (RENOEN – polo UFAL), é mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo PPGECIM - UFAL. Especialista em Metodologia do Ensino de Ciências e Matemática e em Docência do Ensino Superior. Graduada em Licenciatura em Ciências Biológicas. Já atuou como professora substituta da UNEAL e da FERA. Atualmente é professora da UNITBA (Arapiraca); Professora de Biologia da Rede pública de Alagoas desde 2001 e Coordenadora de uma escola da SEDUC - Alagoas. Interessa-se e tem habilidade por Educação e Ensino de Ciências; Metodologias Ativas; Ensino Híbrido e disciplinas da área de Ciências Biológicas. Integrante do Grupo de Pesquisa Comunidades Bentônicas (UFAL).
ORCID: 0000-0002-2271-4026
E-mail: lully.virtual@hotmail.com

LUCIANO GOMES SOARES, doutorando em Ensino pela Rede Nordeste de Ensino (RENOEN – polo UEPB), é mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PPGECEM-UEPB (2019). Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela UEPB (2016). Participa como membro do grupo de pesquisa Leitura e Escrita em Educação Matemática (LEEMAT) desde 2017. Interessa-se por temas da área de Educação e Educação Matemática, desenvolvendo pesquisas sobre tecnologias, imagens virtuais, vídeos, livros didáticos, representação semiótica, em especial em temáticas que incluem leitura e escrita em Educação Matemática.
ORCID: 0000-0003-1643-4287
E-mail: lgedumat@gmail.com

MAELSON DA SILVA OLIVEIRA é mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PPGECEM-UEPB. Especialista em Matemática Financeira e Estatística pelo Instituto Superior de Educação Ibituruna – ISEIB. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba – UEPB. É professor de Matemática lotado na Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco, porém atua como coordenador pedagógico na escola a qual é localizado. É membro do LEEMAT desde 2016. Interessa-se por Educação Matemática, História e Filosofia da Matemática.
E-mail: maelson.edmat@gmail.com

MARCELO BAÍA DA SILVA é Mestre em Ensino de Matemática pelo PMPEM-UEPA. Especialista em Estatísticas Educacionais pela UFPA. Graduado em Licenciatura em Matemática pela UNAMA. Professor do quadro efetivo de educação básica da SEDUC/PA. Interessa-se por Educação Matemática, Ensino de Matemática por Atividades, Ensino de Matemática por meio da História da Matemática e também no ensino da Estatística na educação básica.
ORCID: 0000-0002-8728-6704
E-mail: profmarcelobaia77@gmail.com

MOZART EDSON LOPES GUIMARÃES, doutorando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pelo PPGECEM-UEPB, é mestre pelo mesmo Programa. Mestre em Matemática pelo PROFMAT-UFCG. Graduado em Licenciatura em Matemática pela UEPB. Graduado em Engenharia Civil pela UFCG. Já atuou como professor substituto pelo departamento de Matemática da UEPB. Foi coordenador do Projeto de Apoio e Incentivo à Participação em Olimpíadas de Conhecimento-PAIPOC, assumindo esta mesma função na SEGEP-PB. É professor da educação básica do quadro efetivo estadual paraibano. É membro do LEEMAT desde 2017. Interessa-se por Educação Matemática, Filosofia e Sociologia da Educação, além da Matemática Pura e Aplicada.
E-mail: mozart.edson21@gmail.com

NELSON ANTONIO PIROLA. Livre-Docente em Educação Matemática pela UNESP (2013). Doutor em Educação (área de Concentração em Educação Matemática) pela UNICAMP (2000). Mestre em Educação (área de concentração em Psicologia Educacional) pela UNICAMP (1995). Professor associado do Departamento de Educação da Universidade Estadual Paulista, UNESP/Bauru. Realizou estágios pesquisa na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, Portugal e na Université Claude Bernard Lyon 1, École Supérieure du Professorat et de l Éducation de l'Académie de Lyon, França. É líder do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Formação de Conceitos e Solução de Problemas, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, formação de professores, solução de problemas, educação continuada e avaliação em matemática. Foi diretor da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo - Triênio 2008-2010 e 2011-2013. Docente credenciado no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e no Programa de Mestrado Profissional em Docência para a Educação Básica da UNESP/ Bauru. Professor colaborador no Programa de Pós-Graduação em Educação

em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC.
ORCID: 0000-0002-8215-1317
E-mail: nelson.pirola@unesp.br

PATRÍCIA PRISCILLA FERRAZ DA COSTA SOUZA. Mestre em Docência para Educação Básica pela PPGDEB (2018), possui graduação em Pedagogia pela FACINTER (2009), Pós-graduação em gestão escolar pela universidade Anhembi Morumbi e Pós-graduação em Psicopedagogia Institucional pela FALC. Formou-se no CEFAM (Centro de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério). Com experiência na área da Educação Infantil, Educação Especial, anos Iniciais do Ensino Fundamental e Gestão Escolar. Atualmente é diretora de escola de Ensino Fundamental na Prefeitura Municipal de Agudos e aluna de licenciatura em Matemática.
E-mail: pattyprisouza@gmail.com

PEDRO FRANCO DE SÁ possui graduação em Licenciatura Plena Em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1988), mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1996) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2003). Foi o diretor, no período de junho de 2012 à maio de 2016, do Centro de Ciências Sociais e Educação da Universidade do Estado do Pará onde é professor Titular de Educação Matemática do Departamento de Matemática, Estatística e Informática desde 2013. É docente fundador do Programa de Mestrado em Educação do CCSE- UEPA, docente fundador da REAMEC e docente fundador do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do CCSE- UEPA. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, ensino de matemática por atividades, matemática no ensino fundamental e uso de novas tecnologias em sala de aula, em particular uso didático da calculadora.
ORCID: 0000-0002-8986-2787
E-mail: pedro.franco.sa@gmail.com

Sobre o Livro

Design da Capa, Projeto Gráfico e Editoração	Jefferson Ricardo Lima
Tipologias utilizadas	Amiri 12/14pt Oswald 14/16pt
Formato	15 x 21 cm
Mancha Gráfica	10,5 x 16,5 cm

Com uma relação direta entre pesquisa e sala de aula, este é o Volume 1 de um livro que tem origem em pesquisas em nível de mestrado, profissional ou acadêmico, em sua maioria constituídas a partir de seus produtos ou processos educacionais. Oriundos de várias instituições – UEPA, UEPB, UFAL e UNESP-Bauru – e de grupos de pesquisa em uma rede de colaboração, esta obra se constitui em uma produção que reflete essa multiplicidade de olhares, em uma construção coletiva.

ISBN 978-85-7879-831-4

9 788578 798314

eduepb

LEEMAT
LEITURA E ESCRITA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA